

# Elementos de Matemática

---

*Exercícios de Funções Exponenciais e Logarítmicas - 2007*

Versão compilada no dia 3 de Maio de 2007.

*Departamento de Matemática - UEL*

*Prof. Ulysses Sodré*

E-mail: [ulysses@matematica.uel.br](mailto:ulysses@matematica.uel.br)

Matemática Essencial: <http://www.mat.uel.br/matessencial/>

**Resumo:** Notas de aulas construídas com materiais usados em nossas aulas na UEL. Elas devem ser usadas como roteiro para as aulas e não espero que elas venham a substituir qualquer livro sobre o assunto. Alguns conceitos foram obtidos em livros citados na Bibliografia, mas os assuntos foram bastante modificados. Em português, há pouco material de domínio público, mas em inglês existe muito material que pode ser obtido na Internet. Sugiro que o leitor pesquise para obter materiais gratuitos para os seus estudos.

**Mensagem:** 'Irmãos, se um homem chegar a ser surpreendido em algum delito, vós que sois espirituais corrigi o tal com espírito de mansidão; e olha por ti mesmo, para que também tu não sejas tentado. Levai as cargas uns dos outros, e assim cumprireis a lei de Cristo. Pois, se alguém pensa ser alguma coisa, não sendo nada, engana-se a si mesmo. Mas prove cada um a sua própria obra, e então terá motivo de glória somente em si mesmo, e não em outrem; porque cada qual levará o seu próprio fardo. E o que está sendo instruído na palavra, faça participante em todas as boas coisas aquele que o instrui. Não vos enganeis; Deus não se deixa escarnecer; pois tudo o que o homem semear, isso também ceifará.'  
A Bíblia Sagrada, Carta aos Gálatas 6:1-7

## 1 Exercícios de Funções exponenciais e logarítmicas

1. Determinar a característica e a mantissa de cada um dos logaritmos:

(a) $\log_3(243)$	(c) $\log_5(625)$
(b) $\log_4(512)$	(d) $\log_7(343)$

2. Mostrar que o logaritmo na base  $b$  de qualquer potência de  $b$  é o expoente da potência.

3. Mostrar que a característica do logaritmo na base 10 de um número  $N$  maior do que 1 é o número natural que indica a quantidade de algarismos da parte inteira menos 1 unidade.

4. Se  $\log_{10}(2) = 0,301$ , definimos o logaritmo preparado de 0,02 na base 10 por  $\log_{10}(0,02) = \bar{2},301$  e o logaritmo negativo de 0,02 na base 10 por  $\log_{10}(0,02) = -1,699$ . Com base nestas duas definições, escrever os logaritmos preparado e negativo do número 0,005 na base 10.

5. Transformar cada logaritmo preparado em logaritmo negativo:

(a) $\log_{10}(a) = \bar{1},1235$	(c) $\log_{10}(c) = \bar{3},1235$
(b) $\log_{10}(b) = \bar{2},1235$	(d) $\log_{10}(d) = \bar{4},1235$

6. Transformar cada logaritmo negativo em logaritmo negativo:

(a) $\log_{10}(a) = -0,47712$	(c) $\log_{10}(a) = -4,47712$
(b) $\log_{10}(a) = -2,47712$	(d) $\log_{10}(a) = -6,47712$

7. Usando a definição de logaritmo, calcular:

(a) $\log_3(81)$	(c) $\log_{0,25}(54)$
(b) $\log_{125}(5)$	(d) $\log_{49}(7)$

8. Obter a base  $b$  se:

(a) $\log_b(128) = 7$	(d) $\log_b(100) = 5/2$
(b) $\log_b(1/4) = -1$	(e) $\log_b(125) = 3/2$
(c) $\log_b(243) = 5/2$	(f) $\log_b(M) = M/N$

9. Inserir 14 meios geométricos entre 3 e 98304.
10. Se  $\log_{10}(2) = 0,30103$ ,  $\log_{10}(3) = 0,47712$  e  $\log_{10}(7) = 0,84510$ , determinar o número de algarismos de
- (a)  $X = 2^{64}$  Resp: 20
- (b)  $X = 875^{16}$  Resp: 48
- (c)  $X = 42^{42}$  Resp: 69
11. Aplicar o logaritmo a cada uma das expressões matemáticas:
- |   |  |  |
|---|--|--|
| <p>(a) <math>S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}</math></p> <p>(b) <math>A = \frac{bh}{2}</math></p> <p>(c) <math>V = \frac{4}{3}\pi r^3</math></p> |  | <p>(d) <math>S = \frac{3}{2}\sqrt{3}x^2</math></p> <p>(e) <math>x = \frac{a^m b^n}{c^p}</math></p> |
|---|--|--|
12. Se  $\log_{10}(2) = 0,30103$  e  $\log_{10}(3) = 0,47712$ , obter o valor de:
- |   |  |  |
|---|--|--|
| <p>(a) <math>\log_{10}\left(\frac{3}{4}\right)</math></p> <p>(b) <math>\log_{10}(16)</math></p> <p>(c) <math>\log_{10}(18)</math></p> |  | <p>(d) <math>\log_{10}(\sqrt[3]{2})</math></p> <p>(e) <math>\log_{10}\left(\frac{64}{27}\right)</math></p> |
|---|--|--|
13. Determinar o valor de  $x$  tal que  $7^{\log_a(x)} = 343$ .
14. Resolver cada uma das desigualdades:
- (a)  $\log_{3/5}(x) < 0$  | (b)  $\log_{3/5}(x) > 0$
15. Se  $a$  e  $b$  são positivos sendo  $a > b$ , determinar a relação existente entre  $a$  e  $b$  tal que  $\log(a-b) = \log(a) + \log(b)$ .
16. Determinar os valores positivos do número real  $N$  para os quais a equação  $x^2 - 2x + \log(N) = 0$  possui solução. Determinar também as raízes desta equação.
17. Se  $a$  e  $b$  são as medidas dos catetos e  $c$  é a medida da hipotenusa de um triângulo retângulo, mostrar que vale a relação:

$$2 \log_{c+b}(a) \log_{c-b}(a) = \log_{c+b}(a) + \log_{c-b}(a)$$

Dica: Usar a relação de Pitágoras  $a^2 = (c+b)(c-b)$ .

18. Se  $a$  e  $b$  são positivos e diferentes de 1, mostre que  $\log_a(b) \log_b(a) = 1$ .

19. Calcular o valor de  $\log_{10}(N)$ , se  $\log_{10}(2) = 0,30103$  e

$$N = \frac{1,25\sqrt[3]{62,5}}{(0,04)^5}$$

20. Determinar o menor número natural  $n$  para o qual

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n} < \frac{1}{10^6}$$

21. Demonstrar que

$$\frac{\log_a(M)}{\log_{ma}(M)} = 1 + \log_a(m)$$

22. Resolver a equação exponencial  $7^{x^2-6x+5} = 343$ .

23. Resolver a equação  $3^x + 3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} + 3^{x-4} + 3^{x-5} = 1092$ .

24. Resolver a equação  $a m^{2x} + b m^x + c = 0$ .

25. Resolver a equação  $9^x - 4 \cdot 3^x - 45 = 0$ .

26. Resolver a equação  $\log(\sqrt{7x+3}) + \log(\sqrt{4x+5}) = \frac{1}{2} + \log(3)$ .

27. Resolver o sistema formado pelas equações:

$$\begin{cases} 3^{x+2y} = 59049 \\ 7^{2x-y} = 16807 \end{cases}$$

28. Resolver o sistema formado pelas equações:

$$\begin{cases} x + y = 70 \\ \log(x) + \log(y) = 3 \end{cases}$$

29. Resolver a equação  $\frac{a^x + a^{-x}}{a^x - a^{-x}} = m$ .

30. Resolver a equação  $a^1 \cdot a^3 \cdot a^5 \dots a^{2x-1} = M$

31. Resolver a equação  $a^0 \cdot a^2 \cdot a^4 \dots a^{2x} = N$

32. Resolver o sistema formado pelas equações:

$$\begin{cases} 2^{2(x^2-y)} = 100 \cdot 5^{2(y-x^2)} \\ x + y = 3 \end{cases}$$