



UNIVERSIDADE  
ESTADUAL DE LONDRINA

Centro de Tecnologia e Urbanismo  
Departamento de Engenharia Elétrica

**Rafael de Oliveira Ribeiro**

# **Filtragem de Partículas na Estimação dos Parâmetros de Canais Rádio Móvel**

Dissertação apresentada ao Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica  
da Universidade Estadual de Londrina  
para obtenção do Título de Mestre em  
Engenharia Elétrica.

Londrina, PR  
Novembro de 2012



Rafael de Oliveira Ribeiro

# Filtragem de Partículas na Estimação dos Parâmetros de Canais Rádio Móvel

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Londrina para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Sistemas Eletrônicos  
Especialidade: Sistemas de Telecomunicações

Orientador:  
Prof. Dr. Taufik Abrão

Londrina, PR  
Novembro de 2012

## Ficha Catalográfica

Ribeiro, Rafael de Oliveira

Filtragem de Partículas na Estimação dos Parâmetros de Canais Rádio Móvel. Londrina, PR, Novembro de 2012. 72 p.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Londrina, PR. Departamento de Engenharia Elétrica

1. Estimação de Parâmetros. 2. Filtro de Partículas. 3. Coeficientes de Canal. Departamento de Engenharia Elétrica I. Universidade Estadual de Londrina. II. Filtragem de Partículas na Estimação dos Parâmetros de Canais Rádio Móvel

Rafael de Oliveira Ribeiro

# Filtragem de Partículas na Estimação dos Parâmetros de Canais Rádio Móvel

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Londrina para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Sistemas Eletrônicos  
Especialidade: Sistemas de Telecomunicações

## Comissão Examinadora

---

Prof. Dr. Taufik Abrão  
Depto. de Engenharia Elétrica  
Universidade Estadual de Londrina  
Orientador

---

Prof. Dr. Fábio Renand Durand  
Depto. de Engenharia Elétrica  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Campus Campo Mourão

---

Prof. Dr. Bruno Angélico  
Depto. de Engenharia Elétrica  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Campus Cornélio Procópio

---

Prof. Dr. Ivan Roberto Santana Casella  
Centro de Engenharia, Modelagem e Ciências  
Sociais Aplicadas  
Universidade Federal do ABC  
Campus Santo André

Novembro de 2012

# Resumo

Este trabalho analisa os principais métodos de reamostragem associados à técnica da estimação Bayesiana por Filtragem de Partículas (*Particle Filter*), tendo em vista o desenvolvimento de eficientes estimadores de parâmetros de canal em sistemas de comunicação sem fio. O trabalho procura estabelecer uma classificação para os métodos de reamostragem segundo o critério de compromisso desempenho  $\times$  complexidade. Discutem-se aspectos de implementação computacional e de desempenho dos estimadores de canal (módulo e fase dos coeficientes) rádio móvel utilizando a técnica Bayesiana por Filtragem de Partículas (PF), especificamente aqueles aplicáveis a sistemas e redes de comunicação DS/CDMA sujeitos a canais com desvanecimento *Rayleigh* e à interferência de múltiplo acesso (MAI). Resultados de simulação indicaram que o estimador PF do tipo *bootstrap* é capaz de prover valores para a raiz quadrada do erro quadrático médio (RMSE) no intervalo  $[10^{-3}; 10^{-2}]$  para uma ampla faixa, tanto de relação sinal-ruído (SNR) de pré-deteção, quanto de relação sinal-ruído mais interferência de múltiplo acesso (SINR), sendo ainda bastante robusto ao efeito *near-far* (NFR). O desempenho e a complexidade do estimador Bayesiano por Filtragem de Partículas foram avaliados e comparados sob diferentes sistemas e configurações de comunicação, incluindo o DS/CDMA, MC-CDMA e canais MIMO.

# Abstract

This work analyzes the principal methods of resampling applied to Bayesian Particle Filter estimation technique, aiming to develop an efficient tool in order to solve the problem of channel parameter estimation in a widely communication system scenarios. The work also seeks to establish which of these methods of resampling are more promising in terms of performance  $\times$  complexity. Different aspects of computational implementation and performance for channel estimator (magnitude and phase) using the Bayesian Particle Filter (PF) methodology, specially applied to DS-CDMA and MC-CDMA systems under multiple access interference (MAI), as well as MIMO over Rayleigh fading channels are discussed. Simulation results have indicated that the bootstrap PF estimator is capable to provide root mean-square error (RMSE) ranging  $[10^{-3}; 10^{-2}]$  for a wide range of signal-noise ratio (SNR) and signal-noise plus multiple access interference ratio (SINR) levels, and still be robust to near-far effect (NFR). The Bayesian Particle Filter performance and complexity were assessed and compared under different communication system and configurations, including DS/CDMA, MC-CDMA and MIMO channels.

# Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Abreviaturas

Convenções e Lista de Símbolos

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Descrição do Conteúdo . . . . .	4
1.2	Publicações . . . . .	5
1.2.1	Publicações Diretamente Relacionadas ao Tema . . . . .	5
1.2.2	Publicações Indiretamente Relacionadas ao Tema . . . . .	6
<b>2</b>	<b>Canal Rádio Móvel</b>	<b>7</b>
2.1	Modelo de Canal . . . . .	8
2.1.1	Modelo de Jakes Modificado . . . . .	9
2.1.2	Tempo e Banda de Coerência . . . . .	10
2.1.3	Ruído AWGN . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Estimadores de Canal</b>	<b>12</b>
3.1	Método ML . . . . .	13
3.1.1	Descrição do Problema de Estimação do Canal Rádio Móvel via ML . . . . .	13
3.1.2	O Estimador de Máxima Verossimilhança (ML) . . . . .	14
3.1.3	Estimador de Canal Sub-Ótimo via Gradiente . . . . .	14

3.2	Cancelador de Interferência . . . . .	15
3.3	Metodologia Bayesiana . . . . .	16
3.4	Filtro de Partículas . . . . .	17
3.4.1	Conceito de Amostragem em Estimação Bayesiana . . . . .	18
3.5	Amostragem . . . . .	19
3.6	Reamostragem . . . . .	20
3.6.1	Reamostragem Multinomial . . . . .	21
3.6.2	Reamostragem Sistemática . . . . .	22
3.6.3	Reamostragem Estratificada . . . . .	23
3.7	Funcionamento do Filtro de Partículas . . . . .	23
3.7.1	Filtragem de Partículas por <i>Bootstrap</i> (BPF) . . . . .	25
3.7.2	Filtragem de Partículas Auxiliarer (APF) . . . . .	25
3.7.3	Filtragem de Partículas Regularizado (RPF) . . . . .	26
3.7.4	Filtragem de Partículas com Cadeis de Markov (MCMC-PF) . . . . .	27
3.7.5	Filtragem de Partículas por Recozimento Simulado (SA-PF) . . . . .	27
<b>4</b>	<b>Modelo de Sistema</b>	<b>30</b>
4.1	Transmissão em Sistemas de Múltiplo Acesso DS-CDMA . . . . .	30
4.1.1	Receptor Convencional . . . . .	31
4.2	Transmissão em Sistemas MIMO Uniportadora . . . . .	32
4.3	Detectores Eficientes para Canais MIMO . . . . .	34
4.3.1	Detector por Relaxação Semi-Definida (SDR) . . . . .	34
4.3.2	Erros nas Estimativas dos Coeficientes de Canal . . . . .	37
4.4	Transmissão em Sistemas Multiportadora MC-CDMA . . . . .	39
<b>5</b>	<b>Análise de Complexidade</b>	<b>42</b>
5.1	Complexidade Computacional - PF e Métodos de Reamostragem . . . . .	42
5.2	Número de Partículas . . . . .	43



5.3	Complexidade do Detector SDR com Estimador BPF . . . . .	45
<b>6</b>	<b>Resultados Numéricos</b>	<b>48</b>
6.1	Desempenho das Técnicas de PF e Reamostragem . . . . .	48
6.2	Resultados de Estimação de Canal para Sistemas DS-CDMA . . .	51
6.3	Resultados de Estimação para Canais MIMO . . . . .	55
6.4	Resultados de Estimação de Canal para Sistemas MC-CDMA . .	56
<b>7</b>	<b>Conclusões e Perspectivas</b>	<b>60</b>
7.1	Trabalhos Futuros . . . . .	61
	<b>Anexo A – Método de Simulação Monte Carlo</b>	<b>63</b>
	<b>Apêndice A – Principais Funções e Comandos Implementados</b>	<b>65</b>
	<b>Referências</b>	<b>68</b>

# Lista de Figuras

3.1	Processo de replicação das partículas do PF - Retirada de [Djuric et al. 2003]. . . . .	24
5.1	Desempenho do estimador M-BPF em função da variação da SNR e do número de partículas para o módulo do coeficiente de canal..	44
5.2	Desempenho do estimador M-BPF em função da variação da SNR e do número de partículas para a fase do coeficiente de canal. . . .	45
5.3	Complexidade somente do estimador de canal M-BPF. . . . .	47
5.4	Complexidade conjunta SDR-BPF utilizando randomização. . . .	47
6.1	Estado atual e estimado - parte real. . . . .	49
6.2	Estado atual e estimado - parte imaginária. . . . .	49
6.3	Metodologias de reamostragens analisadas com BPF. . . . .	50
6.4	Estimador módulo e fase - Diversas metodologias de PF. . . . .	51
6.5	Desempenho dos estimadores PF e ML sem efeito da MAI ( $K = 1$ ). . . . .	52
6.6	Desempenho do estimador para um aumento da MAI. . . . .	53
6.7	Desempenho do estimador para o efeito <i>near-far</i> . . . . .	53
6.8	Desempenho do estimador (módulo) para variação da SNR e um aumento da MAI . . . . .	54
6.9	Desempenho do estimador (fase) para variação da SNR e um aumento da MAI . . . . .	54
6.10	SDR MIMO 2x2 utilizando estratégia de aproximação rank-1 com uso do estimador BPF em comparação com estimativas perfeitas e imperfeitas dos coeficientes de canal. . . . .	56
6.11	SDR MIMO 4x4 utilizando estratégia de randomização (150 amostras) com uso do estimador BPF em comparação com estimativas perfeitas e imperfeitas dos coeficientes de canal. . . . .	57

6.12	Desempenho do estimador PF (4 subportadoras) em termos de RMSE. . . . .	58
6.13	Desempenho do estimador PF (16 subportadoras) em termos de RMSE. . . . .	58
6.14	Desempenho do estimador PF (4 e 16 subportadoras). . . . .	59

# Lista de Tabelas

2.1	Classificação dos canais rádio móveis em função de seu tempo e banda de coerência . . . . .	11
5.1	Análise de complexidade das reamostragens. . . . .	42
5.2	Análise de complexidade dos Filtros de Partículas. . . . .	43
5.3	Complexidade para as aproximações empregadas no SDR . . . . .	46
5.4	Complexidade do estimador BPF em canal MIMO . . . . .	46
5.5	Complexidade do detector-estimador SDR-BPF . . . . .	46

# Lista de Abreviaturas

- APF** *Auxiliary Particle Filter* - Filtro de Partícula Auxiliar
- AWGN** *Additive White Gaussian Noise* - Ruído Branco Aditivo Gaussiano
- BER** *Bit Error Rate* - Taxa de erro de bit
- BPF** *Bootstrap Particle Filter*
- BPSK** *Binary Phase Shift Keying* - Modulação por Chaveamento de Fases
- CD** *Conventional Detector* - Detector Convencional
- cdf** *cumulative distribution function* - Função de Distribuição Cumulativa
- CDMA** *Code Division Multiple Access* - Múltiplo Acesso por Divisão de Código
- DS** *Direct Sequence* - Espalhamento por Sequência Direta
- DS-CDMA** *Direct Sequence CDMA* - CDMA por Sequência Direta
- DSP** *Digital Signal Processor* - Processador Digital de Sinais
- EKF** *Extended Kalman Filter* - Filtro de Kalman Estendido
- GA** *Genetic Algor* - Algoritmo Genético
- ICSI** *Imperfect channel state information* - Estimativas imperfeitas dos coeficientes de canal
- KF** *Kalman Filter* - Filtro de Kalman
- MAI** *Multiple Access Interference* - Interferência de Múltiplo Acesso
- MCS** *Monte Carlo Simulation* - Método de Simulação Monte Carlo
- MC-CDMA** *MultiCarrier Code Division Multiple Access*
- MCMC** *Markov chain Monte Carlo*
- MFB** *Matched Filter Bank* - Banco de filtros casados
- MIMO** *Multiple Input Multiple Output*

**MLE** *Maximum Likelihood Estimator* - Estimador de Máxima Verossimilhança

**M-QAM** *M-ary Quadrature Amplitude Modulation*

**MuD** *Multi User Detection* - Detecção Multiusuário

**NFR** *Near Far Ratio* - Efeito perto-longe

**PCSI** *Perfect channel state information* - Estimativas perfeitas dos coeficientes de canal

**PF** *Particle Filter* - Filtro de Partícula

**pdf** *Probability Density Function* - Função densidade de probabilidade

**PN** *Pseudo Noise*

**RMSE** Root Mean Squared Error

**RPF** *Regularized Particle Filter* - Filtro de Partícula Regularizado

**SA** *Simulated Annealing* - Recozimento Simulado

**SDR** *Semidefinite Relaxation*

**SIR** *Sampling Importance Resampling*

**SMC** Sequência de Máximo Comprimento

**SNR** Signal-to-Noise Ratio

**VB-SAGE** *Variational Bayesian Space Alternating Generalized Expectationmaximization*

# Convenções e Lista de Símbolos

Na notação das fórmulas, as seguintes convenções foram utilizadas:

- letras maiúsculas em negrito são matrizes, exemplo:  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{C}$ ;
- letras minúsculas em negrito são vetores, exemplo:  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{b}$ ;
- $P_e(\cdot)$  representa a probabilidade de erro;

Os seguintes símbolos foram utilizados:

---

símbolo	descrição
$\mathbf{A}$	Matriz das amplitudes dos sinais
$\mathbf{b}$	Vetor de informação transmitida
$E_b$	Energia de bit
$\mathbf{R}$	Matriz de correlação entre todas as sequências
$E_b/N_0$	Relação entre a energia de bit recebido e a densidade espectral de potência do ruído
$K$	Número de usuários ativos
$G_p$	Ganho de processamento
$\mathcal{L}$	Índice de carregamento
$\mathbf{y}$	Vetor de sinais recebidos pelas antenas receptoras
$\mathbf{H}$	Matriz composta pelos coeficientes de canal
$\mathbf{L}$	Matriz composta por: $\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^T \mathbf{H} & -\mathbf{H}^T \mathbf{y} \\ -\mathbf{y}^T \mathbf{H} & 0 \end{bmatrix}$ ; utilizado na detecção SDR.
$\mathbf{H}'$	Matriz composta pelos coeficientes de canal com erros uniformes agregados
$\mathbf{H}''$	Matriz composta pelos coeficientes de canal com erros Gaussianos agregados
$\mathbf{x}$	Vetor composto por: $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}^T & 1 \end{bmatrix}^T$ ; utilizado na detecção SDR
$\mathbf{X}$	Matriz composta por $\mathbf{X} = \mathbf{x}\mathbf{x}^T$ ; utilizado na detecção SDR
$\mathbf{z}$	Vetor de símbolos de base reduzida; $\mathbf{z} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{s}$

*continua...*

---

símbolo	descrição
$\tilde{\mathbf{H}}$	Matriz composta pelos coeficientes de canal de base reduzida
$\eta$	Representa o ruído aditivo branco Gaussiano complexo com média zero e amostras independentes
$N_0$	Representa a variância do ruído aditivo branco Gaussiano complexo
$M$	Número de antenas transmissoras
$N$	Número de antenas receptoras
$d$	Ordem de diversidade
$\beta$	Módulo de uma distribuição estatística de Rayleigh
$\phi$	Fase de uma distribuição estatística de Rayleigh
$T_c$	Tempo de chip
$T_b$	Tempo de bit
$e_{\text{mod}}^{\%}$	Erros percentuais no módulo dos coeficientes de canal
$e_{\text{ph}}^{\%}$	Erros percentuais na fase dos coeficientes de canal
$\sigma_{\text{mod}}^2$	Variância de erro no módulo dos coeficientes de canal
$\sigma_{\text{ph}}^2$	Variância de erro na fase dos coeficientes de canal
$\lambda$	Autovalores de uma matriz
$\mathbf{q}$	Autovetores de uma matriz
$w_k$	Peso associado a $k$ -ésima partícula
$\mathbf{U}$	Matriz solução de uma fatoração de Cholesky

---



# 1 Introdução

Em sistemas e redes de comunicação atuais, a exigência por maior mobilidade aliada às características de altas taxas de transmissão em ambientes multimídia, têm guiado o desenvolvimento de novas tecnologias de transmissão, recepção e estimação dos parâmetros, tendo em vista a otimização dos recursos disponíveis nos sistemas. Notadamente, com relação aos esquemas de estimação de parâmetros, muitos destes não podem ser medidos/estimados de forma perfeita, uma vez que tais medidas normalmente são corrompidas por ruído e, em muitos cenários, por interferência de múltiplo acesso (MAI - *Multiple Access Interference*). Portanto, faz-se necessária a aplicação de ferramentas e técnicas na obtenção de estimativas das variáveis observadas com menor erro possível.

Assim, torna-se cada vez mais necessária e crucial a obtenção de estimativas confiáveis para os parâmetros de canal, especialmente os parâmetros amplitude de sinal, atrasos de propagação e fase da portadora. As duas principais abordagens na teoria da estimação são a de máxima verossimilhança (ML) e a Bayesiana. O método da estimação por máxima verossimilhança [Eliason 1993] tem sido amplamente empregado, fornecendo estimadores consistentes e assintoticamente eficientes para uma enorme gama de problemas de estimação. Estimadores ML são obtidos a partir do estabelecimento de uma função de verossimilhança que expresse a probabilidade do evento observado em função do parâmetro que se deseja estimar.

Em [Oon e Steele 1997] discute-se a aplicação de um estimador de canal ML para sistemas de comunicações CDMA (*Code Division Multiple Access*) multiusuário sujeito a desvanecimento Rayleigh. O desempenho do estimador de canal ML foi caracterizado em termos da degradação da relação sinal-ruído (SNR), bem como em relação ao erro quadrático médio (RMSE) para os três tipos de códigos de espalhamento mais comumente utilizados em sistemas CDMA uniporadora: Gold, sequência pseudo-aleatória e códigos ortogonais Walsh-Hadamard.

Outra aplicação do estimador ML para canal móvel foi proposta em 1988 por Vincent Poor [Poor 1988]. Poor implementou um esquema de detecção e

estimação conjunta de parâmetros de todos os usuários de um sistema DS-CDMA, utilizando como métrica uma função de máxima verossimilhança (ML), a qual depende dos parâmetros de canal e dos bits transmitidos. Já em [Shariat, Biguesh e Gazor 2010] é proposto um método para a melhoria da estimação de canal em sistemas MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) a partir do uso do sinal recebido tanto durante a etapa de treinamento, como também durante o fluxo de dados, simplificando assim o estimador ML. Em [Ciriaco et al. 2011] é proposto um método de estimação de parâmetros de canal (coeficientes e atraso), baseado na metodologia ML, a qual consiste em encontrar um vetor que maximiza a função de resposta do canal levando em conta tanto a sequência de espalhamento como dos bits transmitidos de todos os usuários, admitidos conhecidos na estação rádio-base de um sistema DS-CDMA. O método utiliza algoritmo genético (GA) no processo de busca do vetor ótimo dos coeficientes de canal que maximiza a função de máxima verossimilhança.

Adicionalmente, a técnica de decomposição em subespaços vem sendo empregada como base na determinação destes parâmetros de canal, conforme apresentado em [Guimarães 2005], no qual é feita uma análise das limitações de desempenho e sensibilidade deste método, buscando avaliar sua utilização prática e melhorar as vulnerabilidades da estimação baseada na decomposição em subespaços.

A segunda classe de estimadores, a Bayesiana [Candy 2009], é capaz de fornecer soluções para problemas não lineares, fazendo uso da estimativa da distribuição de probabilidade de um sinal aleatório a fim de realizar inferências estatísticas. Esta metodologia consiste na aplicação de métodos probabilísticos recursivos para a previsão e atualização de estados dinâmicos de um sistema, a partir de uma base de conhecimento disponível previamente [Santos 2009].

O processamento de sinal Bayesiano tem ganhado progressivamente interesse e importância graças à evolução dos computadores de alto desempenho, contribuindo para a implementação desses métodos com capacidade de resolver problemas de estimação complexos com relativa precisão, já que o processamento de sinal Bayesiano procura estimar a distribuição de probabilidade a *posteriori* de um processo, com o objetivo de realizar inferências que permitirão a extração da informação corrompida por ruído, porém não necessariamente ruído Gaussiano branco aditivo (AWGN).

No campo de aplicação de interesse deste trabalho, i.e., em sistemas de comunicação sem fio, particularmente sistemas de múltiplo acesso por espalhamento

espectral de sequência direta uniportadora (DS/CDMA) ou CDMA Multiportadoras (MC-CDMA) de grande capacidade e desempenho, faz-se necessário obter parâmetros de canal com relativa precisão, conjugado a uma complexidade de implementação moderada ou mesmo reduzida. A metodologia Bayesiana constitui uma ótima ferramenta para os problemas de estimação de estado de canal, a qual procura reconstruir a função densidade de probabilidade (pdf) de estado dos coeficientes de canal com base em informações disponíveis, como por exemplo, a informação transmitida e o sinal recebido no receptor. Em sistema de comunicação sem fio, a técnica Bayesiana de filtragem de partículas é uma alternativa viável à metodologia ML na implementação de estimadores de parâmetros, especialmente estimadores de coeficientes de canal e detectores de sinais.

Diversas metodologias de filtros por partículas podem ser encontradas na literatura, como por exemplo em [Gordon, Salmond e Smith 1993] no qual é proposta a técnica *Bootstrap Particle Filter* (B-PF) para execução de um filtro Bayesiano para a estimação de parâmetros voltados ao problema de rastreamento, bem como visando a melhora da eficiência desse algoritmo. Os autores verificaram que o desempenho do filtro B-PF foi superior ao filtro de Kalman estendido, podendo ser aplicado a qualquer modelo de estimação, inclusive os não lineares e/ou não Gaussianos. Por sua vez, estudos específicos tendo em vista reduzir o empobrecimento das amostras ao longo do processo de estimação enquanto mantém a diversidade das partículas foram realizados em [Fu e Jia 2010]; os autores propuseram a implementação de uma nova metodologia de reamostragem aplicada ao filtro de partículas de uso geral.

Mais especificamente, a aplicação do método de estimação PF (*Particle Filter*) aos problemas de estimação em sistemas de comunicação tem sido reportada recentemente na literatura. Por exemplo, em [Han e Liang 2009] é proposto um novo algoritmo de filtragem por partículas para a detecção multiusuário (MUD) em sistemas CDMA com canal *Rayleigh*, porém não é realizado nenhum estudo sobre a estimação dos coeficientes de canal para tal sistema. Já em [Hu et al. 2007] propõe-se um receptor para sistemas CDMA, o qual é capaz de realizar a estimativa dos coeficientes de canal e dos símbolos transmitidos baseada na metodologia Bayesiana VB-SAGE (*variational Bayesian space-alternating generalized expectation-maximization*), na qual a estimativa para a distribuição de probabilidade dos coeficientes de canal é combinada à detecção da sequência de bits transmitidos, sendo a atualização realizada de forma iterativa e alternada.

Neste trabalho de dissertação de mestrado, o método de estimação Bayesiano PF é empregado na estimação de parâmetros de canal de rádio móvel; especifi-

amente, as principais técnicas de reamostragem empregadas no método PF são investigadas, procurando-se estabelecer as mais apropriadas na solução do problema proposto. Este trabalho apresenta também uma análise e caracterização de estimadores de coeficientes de canal móvel especificamente adequados para sistemas DS-CDMA, MC-CDMA e sistemas MIMO, baseado no método Bayesiano por filtragem de partículas *bootstrap* e reamostragem do tipo *Multinomial*. O estimador para cada um dos sistemas de comunicação é caracterizado sob o ponto de vista desempenho, em termos de erro quadrático médio, e complexidade computacional necessária à sua implementação.

## 1.1 Descrição do Conteúdo

Esta dissertação de mestrado contém além desta Introdução, mais seis capítulos que podem ser assim resumidos:

- **capítulo 2** - Este capítulo aborda o modelo de canal adotado neste trabalho, no qual considerou-se as variações na envoltória do sinal recebido descritas por uma distribuição estatística caracterizada pela função densidade de probabilidade de Rayleigh. Assim, para simular o efeito do desvanecimento Rayleigh, adotou-se o modelo de Jakes Modificado.
- **capítulo 3** - Neste capítulo é realizada uma introdução sobre as principais metodologias utilizadas na estimação de parâmetros de canais rádio móvel encontradas na literatura, como a ML. É apresentada também uma introdução sobre a metodologia bayesiana aplicada ao problema da estimação de parâmetros, tendo em vista sistemas de comunicação sem fio sujeitos a canais sem linha de visada. Conceitos básicos relativos à técnica de estimação Bayesiana PF utilizada neste trabalho são descritos; adicionalmente, as principais técnicas de filtragem e métodos de reamostragens disponíveis na literatura são examinados.
- **capítulo 4** - Neste capítulo são descritos os modelos dos sistemas em que o estimador baseado na técnica PF será aplicado (capítulo subsequente); tais modelos incluem os sistemas DS-CDMA, MC-CDMA e MIMO.
- **capítulo 5** - Neste capítulo desenvolve-se a análise de complexidade computacional dos algoritmos utilizados no trabalho, bem como um estudo sobre o número adequado de partículas a ser adotado na técnica PF aplicada ao problema de estimação dos coeficientes de canal em sistemas de comunicação sem fio sujeitos a desvanecimento *Rayleigh*.

- **capítulo 6** - Neste capítulo são apresentados os resultados de estimação de parâmetros do canal rádio móvel para três diferentes sistemas de comunicação (DS-CDMA, MC-CDMA e MIMO), empregando-se primordialmente a técnica Bayesiana *Particle Filter*.
- **capítulo 7** - As principais conclusões do trabalho de dissertação e as perspectivas de continuidade do trabalho são apresentadas neste capítulo final.

## 1.2 Publicações

Enumera-se abaixo os resultados alcançados com o desenvolvimento desta dissertação. Estão elencados todos os trabalhos relacionados ao desenvolvimento desta dissertação em ordem crescente de complexidade do problema analisado ou resultados alcançados, bem como resultados indiretamente relacionados ao tema tratado, obtidos durante o desenvolvimento desta dissertação (biênio 2010-2011).

### 1.2.1 Publicações Diretamente Relacionadas ao Tema

- A. Ribeiro, R. O.; Mussi, A. M.; Abrão, T., Bayesian Estimator by Particle Filtering. Publicado no SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference - IMOC, Natal, 2011.

*Neste trabalho é analisado os principais métodos de reamostragem associados à técnica da estimação Bayesiana por filtragem de partículas (PF), verificando através de simulações computacionais a viabilidade e eficiência do uso da técnica PF na estimação dos coeficientes de canal rádio móvel. Este trabalho ainda estabelece quais entre os métodos de reamostragem analisados são mais promissores do ponto de vista do compromisso desempenho  $\times$  complexidade.*

- B. Mussi, A. M.; Ribeiro, R. O.; Abrão, T., Detector SDR com Estimação dos Parâmetros de Canal usando Filtro de Partículas. Publicado no XXIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBrT 11, Curitiba, 2011.

*Neste trabalho são combinados algoritmos para a detecção por relaxação semi-definida (SDR – semidefinite relaxation) em canais MIMO e a estimação dos coeficientes de canal (módulo e fase) baseada na técnica Bayesiana por Filtragem de Partículas (PF - particle filtering). Analisa-se o compromisso desempenho  $\times$  complexidade computacional do detector-estimador SDR-PF, evidenciando sua potencialidade de aplicação. Corroborando recentes resultados da literatura, obteve-se um detector-estimador SDR-PF-MIMO cuja complexidade é polinomial*

de terceira ordem para o detector sub-ótimo SDR e polinomial de segunda ordem para o estimador Bayesiano, sugerindo que a topologia discutida é promissora, justamente por atingir desempenhos muito próximos aos do detector ótimo de máxima-verossimilhança (ML - maximum likelihood), porém obtidos em um tempo muito menor que o exponencial. Resultados numéricos de simulação indicaram reduzida perda de desempenho do SDR-PF-MIMO com erros de estimação de até 10% quando comparado a resultados obtidos com estimativas perfeitas de canal.

- C. Ribeiro, R. O.; Abrão, T., Estimadores de Canal Bayesiano para Sistemas de Comunicação MIMO e de Múltiplo Acesso Uni- e Multi-Portadoras: Desempenho e Complexidade. Aceito para publicação ao periódico Semina Exatas e Tecnológica em Fevereiro de 2012 .

*Neste trabalho são abordadas as principais características e potencialidades do método Bayesiano de estimação por filtragem de partículas (PF) aplicado ao problema de estimação do canal de rádio móvel de sistemas MIMO, bem como de múltiplo acesso uni- e multi-portadoras. Compara-se o desempenho e aspectos de implementação (complexidade) do estimador de canal Bayesiano PF.*

## 1.2.2 Publicações Indiretamente Relacionadas ao Tema

- D. Ribeiro, R. de O.; Mussi, A. M.; Abrão, T.; Ciriaco, F. Análise de Complexidade de Detectores Heurísticos DS-CDMA Implementados em Plataforma DSP. *Ciências Exatas e Tecnológicas, Londrina, v. 32, n. 2, p. 235-244, 2011.*
- E. Mussi, A. M.; Ribeiro, R. de O.; Abrão, T., Metodologia de Projeto e Implementação em DSP de Algoritmos Heurísticos de Detecção Multiusuário em Sistemas CDMA. *Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas, Londrina, v. 31, n. 2, p. 165-180, jul./dez. 2010.*
- F. Mussi, A. M.; Ribeiro, R. de O.; Abrão, T., Metodologia de Implementação e Análise de Complexidade em DSP de Detectores Multiusuário baseados na Heurística de Busca Local. *I Congresso de Iniciação Científica e Pós-Graduação, p. 781-785, set. 2010.*
- G. Ribeiro, R. de O.; Mussi, A. M.; Abrão, T., Detector Multiusuário Heurístico DS-CDMA Implementado em Plataforma DSP. *I Congresso de Iniciação Científica e Pós-Graduação, p. 705-709, set. 2010.*
- H. Souza, A.R.C; Ribeiro, R. de O.; Mussi, A. M.; Abrão, T., Avaliação de Desempenho de Detectores de Busca Local Implementados em DSP. *I Congresso de Iniciação Científica e Pós-Graduação, p. 201-204, set. 2010.*

## 2 Canal Rádio Móvel

Neste capítulo é discutida a modelagem do canal rádio móvel. As transmissões das comunicações sem fio sempre sofrem interferências de fenômenos aleatórios que podem ser descritos por distribuições estatísticas. Tais fenômenos podem ser atribuídos a muitas fontes e todos são chamados de ruído [Lee e Miller 1998].

O sinal transmitido sofre alterações devido a fenômenos como reflexão, difração e dispersão. Assim, as mudanças de características do canal como também da posição relativa entre antenas de transmissão e recepção, fazem com que a resposta impulsiva do canal seja do tipo variante no tempo. Isto causa flutuações na amplitude e forma de onda do sinal, sendo chamado de desvanecimento ou *fading* [Sklar 1997, Sklar 1997].

O desvanecimento do sinal pode ser caracterizado por termo curto e termo longo. O termo curto é o desvanecimento de pequena escala resultado da média do sinal desvanecido originado pela configuração do relevo o qual provoca mudanças nas amplitudes recebidas devidas à variação na distância entre os terminais e aos efeitos de sombreamento. Esse tipo de desvanecimento são processos lentos podendo ser caracterizado como diferenças nos níveis de potências recebidas pelos usuários.

O termo longo é o desvanecimento de larga escala provocado principalmente pelas reflexões dos multipercursos do sinal transmitido sobre obstáculos do relevo ao redor do transmissor. São variações rápidas nas fases dos sinais recebidos causando um efeito destrutivo sobre o sinal recebido, oriundo da propagação do sinal através de dois ou mais caminhos distintos sendo chamado também de desvanecimento de multipercurso. As alterações na fase do sinal recebido podem ser provocadas pelas mudanças no posicionamento espacial dos terminais da ordem de  $\lambda/2$ .

## 2.1 Modelo de Canal

Devido à indeterminação das características do canal de rádio móvel, este deve ser modelado através de processos estocásticos. Normalmente, é associado a um determinado canal uma função densidade de probabilidade, sendo a Rayleigh e a Rice comumente empregadas na caracterização da parcela multiplicativa do canal de rádio móvel sem linha de visada (NLOS) e com linha de visada (LOS), respectivamente.

Quando as condições de propagação mudarem, devido por exemplo à mobilidade do transmissor e/ou receptor, fazendo com que as amplitudes recebidas variem com o tempo (efeito Doppler), porém sem a introdução de distorção nas formas de onda do sinal, ter-se-á um canal com Desvanecimento Plano em Frequência. A frequência de deslocamento Doppler é definida como o deslocamento Doppler associado à velocidade relativa entre o receptor e o transmissor [Abrao 2001]:

$$f_d = f_p \frac{v_d}{c_{luz}} \quad (2.1)$$

onde  $f_p$  é a frequência da portadora,  $v_d$  é a velocidade do móvel e  $c_{luz}$  é a velocidade da luz. Devido à mudanças nas características do canal de rádio móvel, este é modelado através de processos estocásticos, utilizando funções densidade de probabilidade específicas.

Foi considerado para este trabalho que o efeito sobre a envoltória do sinal recebido pode ser descrito por uma distribuição estatística caracterizada pela função densidade de probabilidade de Rayleigh [Sklar 1997]:

$$p(r) = \frac{2r}{\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{r^2}{\sigma_r^2}\right) \quad (2.2)$$

onde  $r$  é a amplitude instantânea do sinal recebido e  $\sigma_r^2$  é a variância de  $r$ .

De forma análoga, a fase do sinal recebido é adequadamente modelada por uma distribuição uniforme no intervalo  $[0, 2\pi]$ .

Para simular o efeito do desvanecimento no sinal recebido, descreve-se a seguir o modelo de canal Rayleigh baseado no modelo de Jakes Modificado.



### 2.1.1 Modelo de Jakes Modificado

Inicialmente proposto por [Jakes 1974] e posteriormente modificado por [Dent, Bottomley e Croft 1993], o modelo de Jakes é um método determinístico para a simulação de canal com desvanecimento Rayleigh com formas de onda descorrelacionadas no tempo.

Este método baseia-se na composição de sinais de algumas dezenas de osciladores senoidais de mesma frequência com fases e ângulos de chegada distintos (método multitom), onde o modelo assume que  $N_d$  sinais (ondas planas) de mesma intensidade chegam a um receptor móvel com ângulos de incidência,  $\alpha_n$ , uniformemente distribuídos, resultando em distintas frequências de deslocamento Doppler [Abrao 2001].

A forma de onda contínua para o desvanecimento é dada por:

$$C(t) = \sqrt{\frac{2}{N_d}} \sum_{n=1}^{N_d} e^{jw_n t + \phi_n} \quad (2.3)$$

onde  $N_d$  é o número de osciladores, inteiro tal que  $\frac{N_d-2}{4}$  resulta um número inteiro;  $w_n = w_d \cos \alpha_n$ ;  $w_d = 2\pi f_p v_d / c_{luz}$  é a máxima frequência angular de deslocamento Doppler;  $v_d$  é a velocidade de deslocamento do móvel;  $f_p$  é a frequência da portadora e  $c_{luz}$  é a velocidade da luz;  $\alpha_n = 2\pi \frac{n}{N_d}$  é o ângulo de incidência, uniformemente distribuído em  $(n = 1, \dots, N_d)$  e  $\phi_n$  é a fase inicial para cada oscilador  $(n = 1, \dots, N_d)$ .

Em processos com desvanecimento deseja-se que os sinais em fase e quadratura tenham potências idênticas e não sejam correlacionados [Abrao 2001]:

$$\mathbb{E} [|\Im\{C(t)\}|^2] = \mathbb{E} [|\Re\{C(t)\}|^2] = 1/2 \quad (2.4)$$

$$\mathbb{E} [\Im\{C(t)\} \cdot \Re\{C(t)\}] = 0 \quad (2.5)$$

Se os termos fase inicial e final dos osciladores forem escolhidos arbitrariamente na equação (2.3), têm-se que as duas condições acima não serão satisfeitas simultaneamente. Para satisfazer ambas as condições, pode-se aumentar o número total de osciladores ou então modificar os ângulos de incidência,  $\alpha_n$ .

Esta modificação introduziu uma rotação nos ângulos de incidência dos osciladores de  $\pi/N_d$ , satisfazendo simultaneamente a equação (2.4) e equação (2.5). Com tal modificação, os ângulos de chegada tornam-se  $\alpha_n = 2\pi \frac{(n-0,5)}{N_d}$ , com  $n = 1, \dots, N_d$ , eliminando-se os ângulos críticos de incidência  $0^\circ$  e  $180^\circ$ , resultando nas seguintes formas de onda para os coeficientes [Dent, Bottomley e Croft

1993]:

$$C(t) = \sqrt{\frac{2}{N_{osc}}} \sum_{n=1}^{N_{osc}} [e^{j(w_n t + \phi_n)} + e^{-j(w_n t + \phi_{-n})}] \quad (2.6)$$

$$C(t) = \sqrt{\frac{2}{N_{osc}}} \sum_{n=1}^{N_{osc}} e^{j\phi_n} \cos(w_n t + \theta_n) \quad (2.7)$$

com  $N_{osc} = N_d/4$ ;  $\phi_n = \pi n/N_{osc}$ ;  $\theta_n =$  fases iniciais para cada um dos  $N_{osc}$  osciladores; impondo fases iniciais aleatórias com distribuição uniforme em  $[\pm\pi]$  obtêm-se as formas de onda para os coeficientes que seguem distribuição Rayleigh para o  $|C(t)|$  e distribuição uniforme para a  $\angle C(t)$ .

### 2.1.2 Tempo e Banda de Coerência

Um canal com desvanecimento multipercurso, provocado por diversos caminhos de propagação variáveis no tempo, pode ser modelado por um filtro de tempo discreto variável com resposta impulsiva passa-baixa.

A banda de coerência de canal é uma medida da largura de banda ao longo da qual todas as componentes espectrais são afetadas por um ganho aproximadamente igual e fase linear, estando relacionada com valor quadrático médio de espalhamento de atraso ou com o atraso máximo. A banda de coerência é uma característica do canal que permite projetar técnicas de *interleaving* na frequência de forma a explorar a diversidade na frequência inerente do canal rádio móvel.

Em [Sklar 1997] é definido que a largura de banda de coerência do canal é o inverso do espalhamento multipercurso do canal ( $\tau_m$ ):

$$(\Delta f)_c \propto \frac{1}{\tau_m} \quad (2.8)$$

Uma relação exata entre ambos é difícil de ser generalizada, ou seja, depende do limiar adotado na definição da largura de banda e, conseqüentemente, da aplicação considerada e condições de canais envolvidas.

O espalhamento multipercurso do canal é determinado, estatisticamente, a partir do perfil atraso-potência (*Power-delay profile*)

Da mesma forma que a largura de banda de coerência, também se pode definir tempo de coerência, como sendo a duração temporal sobre o qual as características do canal não variam, sendo inversamente proporcional a frequência *Doppler*, ou seja:

$$(\Delta t)_c \propto \frac{1}{f_d} \quad (2.9)$$

e um valor prático aproximado dado por [Sklar 1997] é:

$$(\Delta t)_c \propto \frac{0,423}{f_d} \quad (2.10)$$

Assim, para a classificação de um canal móvel levam-se em consideração tempo e largura de banda de coerência. A tabela 2.1 apresenta as possíveis classificações.

**Tabela 2.1:** Classificação dos canais rádio móveis em função de seu tempo e banda de coerência

	$(\Delta t)_c < T_b$	$(\Delta t)_c > T_b$
$(\Delta f)_c > BW$	rápido não-seletivo em frequência	lento não-seletivo em frequência
$(\Delta f)_c < BW$	rápido seletivo em frequência	lento seletivo em frequência

### 2.1.3 Ruído AWGN

Os canais de rádio móveis possuem uma parcela ruidosa que distorce os sinais, sendo em grande parte gerados pela antena de recepção e pelos primeiros estágios amplificadores do circuito receptor [Sklar 1988].

Já para os receptores o sinal ruidoso é gerado internamente, ou seja, é proveniente do movimento de elétrons em seus componentes devido unicamente à energia térmica, sendo chamado de ruído térmico.

Esta interferência pode ser modelada como um processo estocástico com distribuição normal de média zero e com função densidade espectral de potência constante ao longo de uma banda muito larga e adicionado à informação transmitida.

Nestas condições, o ruído recebe a denominação de ruído aditivo branco com distribuição Gaussiana (AWGN). Sua função densidade de probabilidade é dada por [Sklar 1988]:

$$p_{df}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{\left(-\frac{x^2}{\sigma^2}\right)} \quad (2.11)$$

onde  $\sigma^2 = N_0$  é a variância do ruído.

### 3 Estimadores de Canal

Em [Guimarães 2005] definiu-se estimador como uma função estatística a ser utilizada no processo de estimação de um parâmetro desejado, ou seja, é uma variável aleatória, caracterizada por uma distribuição de probabilidades, conhecida ou não, e seus respectivos parâmetros próprios. Já a estimativa é definida como cada valor particular assumido pelo estimador.

As variáveis que conseguem passar informações completas de um sistema em um determinado momento são denominadas de estado ou variáveis de estado, como por exemplo os coeficientes de canal em um sistema de comunicações sem fio que devem ser estimados.

Assim, ao fazer a estimação de um estado deve-se procurar construir um modelo para o sistema em estudo, o qual deve ser representado por duas equações: a) equação de estado; b) equação de medida ou de observação do processo. A primeira procura determinar a dinâmica das variáveis de estado, definindo como essas irão se comportar ao longo do processo. Já a equação de medida busca relacionar os dados observados com as variáveis de estado.

Um modelo de comunicação em banda base para um canal com desvanecimento pode ser escrito como [Imtiaz et al. 2004]:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_t &= \mathbf{f}_t(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{u}_t) \\ \mathbf{y}_t &= \mathbf{s}_t^T \mathbf{h}_t + \boldsymbol{\nu}_t\end{aligned}\tag{3.1}$$

onde  $\mathbf{y}_t$  é o sinal de tempo discreto no receptor, e  $\mathbf{x}_t$  o estado do sistema composto dos vetores de símbolos transmitidos  $\mathbf{s}_t$  e os coeficientes de desvanecimento do canal  $\mathbf{h}_t$ . O estado varia no tempo de acordo com a função  $\mathbf{f}_t$  que descreve um processo de Markov sujeito ao ruído  $\mathbf{u}_t$ . Finalmente,  $\boldsymbol{\nu}_t$  é o vetor de ruído aditivo inerente ao canal.

Assim, o principal objetivo dos métodos de estimação de parâmetros é inferir estimativas do processo a cada período, a partir do conhecimento do sistema e do sinal observado, podendo ser divididos em três classes, sendo elas a filtragem,

a predição e a suavização (*smoothing*).

Os processos de detecção e estimação procuram realizar inferências a partir de observações dos sinais distorcidos pelo canal [Ribeiro e Abrao 2012].

O processo de estimação visa inferir um valor que possa pertencer a um intervalo contínuo com infinitas possibilidades, enquanto com o processo de detecção busca-se uma solução contida em um número finito de possibilidades [Han e Liang 2009].

Outra técnica para a estimação de parâmetros é o método do gradiente, uma metodologia de estimação sub-ótima que pode ser empregada para estimar os coeficientes de canal através de aproximações para a solução ML, procurando reduzir a complexidade do estimador, que via de regra apresenta crescimento exponencial com a dimensão do problema [Petri 1997].

## 3.1 Método ML

A estimativa de máxima verossimilhança (MLE) é um método para estimar os parâmetros de um modelo estatístico cuja idéia consiste em determinar os parâmetros que maximizam a função de verossimilhança da resposta do canal. Embora a metodologia para a estimativa ML seja simples, a sua implementação e complexidade computacional são elevadas [Chen e Wu 1998].

É um método bastante empregado, que fornece em geral estimadores consistentes e assintoticamente eficientes [Proakis 2000].

### 3.1.1 Descrição do Problema de Estimação do Canal Rádio Móvel via ML

Tendo em vista explorar a potencialidade do método ML aplicado à estimação do canal de rádio móvel, nesta subseção será considerado um sistema DS-CDMA. Além disso, o sistema DS-CDMA será síncrono, ou seja, o atraso relativo inter-usuários é nulo.

Utilizando notação vetorial, a equação do sinal recebido após o filtro casado<sup>1</sup> pode ser escrita como [Petri 1997]

$$\mathbf{y} = \mathbf{R}\mathbf{H}\mathbf{b} + \boldsymbol{\eta} \quad (3.2)$$

<sup>1</sup>A descrição deste sistema será considerada a frente, no capítulo 4.

onde  $\mathbf{y}$  é o sinal recebido após o filtro casado,  $\mathbf{R}$  a matriz de correlação da sequência de espalhamento,  $\mathbf{H}$  a matriz dos coeficientes de canal,  $\mathbf{b}$  o vetor de bits transmitidos e  $\eta$  o vetor amostra de ruído AWGN.

### 3.1.2 O Estimador de Máxima Verossimilhança (ML)

O estimador de canal baseado na regra de máxima verossimilhança consiste em encontrar o vetor que maximiza a função de verossimilhança da resposta do canal para todos os usuários simultaneamente, utilizando suas respectivas sequências de espalhamento e bits transmitidos [Bhaskar e Aazhang 2002].

Nesta etapa, assume-se para a recepção do sinal que será utilizado uma sequência de treinamento, e os atrasos são conhecidos para a estimativa do canal. A função densidade de probabilidade para o sinal recebido  $\mathbf{y}$  pode ser expressa como [Proakis 2000]:

$$P(\mathbf{y}; \mathbf{H}) = C \cdot \exp\left(-\frac{1}{\sigma^2}(\mathbf{y} - \mathbf{RHb})^H(\mathbf{y} - \mathbf{RHb})\right) \\ C \cdot \exp\left(-\frac{1}{\sigma^2}2\Re(\mathbf{Hb})^H\mathbf{y} - (\mathbf{Hb})^H\mathbf{R}(\mathbf{Hb})\right) \quad (3.3)$$

onde  $\sigma^2$  é a variância do ruído,  $\Re$  indica o operador real, bem como assume-se nesta equação que os outros parâmetros são conhecidos antecipadamente. Como consequência, a estimativa do vetor de parâmetros  $\mathbf{H}$  pode ser expressa como [Petri 1997] :

$$\hat{\mathbf{H}} = \arg \max_{\mathbf{H}} \{\log P(\mathbf{y}; \mathbf{H})\} \quad (3.4)$$

Assim, o estimador ML pode ser expresso como [Petri 1997]:

$$\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{bR}^{-1}\mathbf{y} \quad (3.5)$$

### 3.1.3 Estimador de Canal Sub-Ótimo via Gradiente

Com a utilização de algoritmos iterativos pode-se obter estimativas de canal próximas às obtidas via método ML.

Esses algoritmos visam diminuir a complexidade do cômputo da inversa da matriz de correlação  $\mathbf{R}^{-1}$ , pois este cálculo apresenta um número de operações

elevado, sendo computacionalmente muito dispendioso.

Assim, visando a redução dessa complexidade, os algoritmos iterativos baseados no método do gradiente utilizam aproximações da solução ML, trocando o cálculo da expressão  $\mathbf{R}^{-1}\mathbf{y}$  pela equação linear aproximada  $\mathbf{R}\hat{\mathbf{z}} = \mathbf{y}$  em uma estrutura de múltiplas iterações, como é o caso do gradiente descendente [Bhashyam e Aazhang 2002].

O Algoritmo 1 apresenta o psedo-code do funcionamento do método iterativo Gradiente durante o  $i$ -ésimo bit de duração.

---

**Algoritmo 1** Estimador Sub-Ótimo via Gradiente

---

- 1: Calcular  $\mathbf{R}_i$
  - 2: Calcular  $\mathbf{y}_i$
  - 3: Atualizar a estimativa  $\hat{\mathbf{z}}$  como:  $\hat{\mathbf{z}}^i = \hat{\mathbf{z}}^{i-1} - \mu(\mathbf{R}_i\hat{\mathbf{z}}^{i-1} - \mathbf{y}_i)$
- 

No Algoritmo 1  $(\mathbf{R}_i\hat{\mathbf{z}}^{i-1} - \mathbf{y}_i)$  corresponde ao expoente da função probabilidade que necessita ser minimizado e  $\mu$  deve ser escolhido para assegurar a convergência e para controlar a velocidade de convergência.

## 3.2 Cancelador de Interferência

Os Canceladores de Interferência (*Interference Cancellation* - IC) terão desempenho satisfatório caso seja possível obter precisão nas estimativas das energias dos sinais recebidos, além de boas estimativas para os parâmetros de atraso e fase da portadora [Abrao 2001].

Observa-se então a importância da estimação dos parâmetros pois caso estas estimativas tenham sido feitas corretamente, haverá o cancelamento total do efeito interferente do sinal detectado. Embora uma estimativa perfeita seja impossível de se obter em sistemas práticos, deve-se procurar reduzir o máximo o erro desta estimação já que a técnica IC tem como pré-requisito o conhecimento dos parâmetros do canal.

Tais estimativas introduzem em receptores IC um ruído no processo de cancelamento dos interferentes, reduzindo o desempenho global do sistema, porém o uso de médias reduz a variância dos parâmetros a serem estimados onde estas médias são tomadas de forma tradicional sobre um número de bits de dados,  $b$  [Buehrer June 1996]:

$$\hat{z}_k = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^b \hat{z}_{k,i} \quad (3.6)$$

onde  $\hat{z}_{k,i}$  é parâmetro já estimado para o usuário  $k$  durante o intervalo  $i$  e  $\hat{z}_k$  a média da estimativa tomada sobre  $b$  bits

A metodologia IC procura reduzir a variância das estimativas sem que estas não tenham variações consideráveis durante o intervalo compreendido pelos  $b$  bits utilizados no cálculo da média. Assim, os erros nas estimativas de atrasos e fases das portadoras contribui para a perda de parte da energia do sinal recebido e como estes não são conhecidos perfeitamente no receptor IC, não é possível reconstruir com acurácia os respectivos sinais transmitidos [Abrao 2001].

### 3.3 Metodologia Bayesiana

No âmbito da teoria Bayesiana, existem dois métodos bem estabelecidos na literatura de estimação, o filtro de Kalman (KF) e o filtro de partículas (PF).

O filtro de Kalman é um conjunto de equações matemáticas que constitui um processo recursivo eficiente de estimação, uma vez que o erro quadrático é minimizado [Aiube 2005].

O filtro de Kalman é muito empregado em equações lineares que descrevem sistemas imersos em ruído Gaussiano. Nesta situação, as distribuições estatísticas desses sistemas também serão Gaussianas e o filtro de Kalman pode computá-las mesmo sem aproximações.

No entanto, em problemas cujos modelos são não-lineares e/ou o ruído não Gaussiano, vários métodos aproximativos têm sido propostos, como por exemplo o filtro de Kalman Estendido (EKF) [Candy 2009].

Já o Filtro de Partículas é baseado na metodologia sequencial de Monte Carlo<sup>2</sup>, tendo como objetivo o cálculo recursivo das distribuições de probabilidades relevantes, utilizando os conceitos de amostragem por importância (*importance sampling*) e a aproximação das distribuições de probabilidade com medidas aleatórias discretas [Djuric et al. 2003].

A abordagem Bayesiana PF, foco deste trabalho de dissertação, é discutida em detalhes na próxima seção.

---

<sup>2</sup>Ver anexo A sobre simulação de Monte Carlo



### 3.4 Filtro de Partículas

Esta metodologia encontrava-se limitada a algumas aplicações, devido à sua complexidade computacional relativamente elevada. Porém, com a maior disponibilidade de recursos computacionais na última década, a filtragem por partículas tem se tornado uma área de pesquisa muito promissora.

Genericamente, a distribuição conjunta a posteriori das amostras independentes  $x_0, x_1, \dots, x_t$ , pode ser escrita como [Candy 2009]:

$$p(x_{0:t}|y_{0:t}) \sim p(x_0|y_0) \prod_{k=1}^t p(y_k|x_k)p(x_k|x_{k-1}) \quad (3.7)$$

onde  $p(x_{0:t}|y_{0:t})$  é a probabilidade condicional de  $x_{0:t}$  dado  $y_{0:t}$ , ou seja, é a probabilidade de ocorrência de  $x_{0:t}$  tendo-se como certa a ocorrência de  $y_{0:t}$ .

Assim, a fórmula recursiva para obtenção da distribuição  $p(x_{0:t}|y_{0:t})$  a partir de  $p(x_{0:t-1}|y_{0:t-1})$  é dada por [Djuric et al. 2003]:

$$p(x_{0:t}|y_{0:t}) = \frac{p(y_t|x_t)p(x_t|x_{t-1})}{p(y_t|y_{0:t-1})} p(x_{0:t-1}|y_{0:t-1}) \quad (3.8)$$

A transição de  $p(x_{0:t-1}|y_{0:t-1})$  para  $p(x_{0:t}|y_{0:t})$  é analiticamente difícil de se fazer, podendo-se recorrer a métodos baseados em aproximações, como é o caso do PF [Djuric et al. 2003]. Este método tornou-se uma alternativa importante para o filtro EKF, já que nesta metodologia as distribuições contínuas são aproximadas por medidas aleatórias discretas e não envolvem uma linearização em torno das estimativas atuais, mas sim aproximações na representação das distribuições desejadas. Assim, para esta técnica, as distribuições são aproximadas por medidas aleatórias discretas, definidas por partículas e seus respectivos pesos [Djuric et al. 2003]:

$$\chi = \{x^{(m)}, w^{(m)}\}_{m=1}^{N_s} \quad (3.9)$$

sendo  $x^{(m)}$  a  $m$ -ésima partícula,  $w^{(m)}$  o respectivo peso,  $N_s$  o número de partículas utilizadas na aproximação. Com isso,  $\chi$  realiza a aproximação da distribuição  $p(x)$  por:

$$p(x) \approx \sum_{m=1}^{N_s} w^{(m)} \delta(x - x^{(m)}) \quad (3.10)$$

sendo  $\delta(\cdot)$  a função delta de Dirac. Com esta aproximação, os cálculos (que envolvem complicadas integrações) são simplificados por somatórios.

### 3.4.1 Conceito de Amostragem em Estimação Bayesiana

O conceito de amostragem deve ser aplicado ao PF, uma vez que em muitos casos de aplicação prática, a amostragem de  $p(x)$  é irrealizável. Nestas situações, pode-se gerar partículas  $x^{(m)}$  a partir de uma distribuição  $\pi(x)$ , também conhecida como função importância, onde os pesos (não normalizados) das partículas são atribuídos de acordo com [Djuric et al. 2003]

$$w^{*(m)} = \frac{p(x)}{\pi(x)} \quad (3.11)$$

e com a normalização tornam-se:

$$w^{(m)} = \frac{w^{*(m)}}{\sum_{t=1}^{N_s} w^{*(t)}} \quad (3.12)$$

Supondo-se agora que a distribuição a posteriori  $p(x_{0:t-1}|y_{0:t-1})$  é aproximada por medidas aleatórias discretas  $\chi_{t-1} = \left\{ x_{0:t-1}^{(m)}, w_{t-1}^{(m)} \right\}_{m=1}^{N_s}$ , onde, note-se, as trajetórias das amostras  $x_{0:t-1}^{(m)}$  podem ser consideradas partículas de  $p(x_{0:t-1}|y_{0:t-1})$ .

Dada a medida aleatória discreta  $\chi_{t-1}$  e a observação  $y_t$ , o objetivo é explorar  $\chi_{t-1}$  para obter  $\chi_t$ . Assim, caso seja utilizada uma função de importância, adequada, na forma:

$$\pi(x_{0:t}|y_{0:t}) = \pi(x_t|x_{0:t-1}, y_{0:t})\pi(x_{0:t-1}|y_{0:t-1}) \quad (3.13)$$

e, adicionalmente, se:

$$x_{0:t-1}^{(m)} \sim \pi(x_{0:t-1}|y_{0:t-1}) \quad (3.14)$$

e

$$w_{t-1}^{(m)} \propto \frac{p(x_{0:t-1}^{(m)}|y_{0:t-1})}{\pi(x_{0:t-1}^{(m)}|y_{0:t-1})} \quad (3.15)$$

então, pode-se ampliar as trajetórias das  $x_{0:t-1}^{(m)}$  como  $x_t^{(m)}$ , a partir de:

$$x_t^{(m)} \sim \pi(x_t|x_{0:t-1}^{(m)}, y_{0:t}) \quad (3.16)$$

e com isso associar a elas os pesos atualizados  $w_t^{(m)}$ , obtidos de acordo com

$$w_t^{(m)} \propto \frac{p(y_t|x_t^{(m)})p(x_t^{(m)}|x_{t-1}^{(m)})}{\pi(x_t^{(m)}|x_{0:t-1}^{(m)}, y_{0:t})} w_{t-1}^{(m)} \quad (3.17)$$

Em geral, quanto mais próximo a função de importância estiver da distribuição a ser estimada, melhor será a aproximação. Na literatura, as duas funções de importância mais utilizados são: a função de importância *a priori* e a função de importância ótima [Candy 2009].

A função de importância *a priori* é dada por  $p(x_t|x_{t-1}^{(m)})$ , implicando em atualizações dos pesos das partículas como:

$$w_t^{(m)} \propto w_{t-1}^{(m)} p(y_t|x_t^{(m)}) \quad (3.18)$$

Por sua vez, a função de importância ótima minimiza a variância dos pesos condicionados à trajetória  $x_{0:t-1}^{(m)}$  e às observações  $y_{0:t}$ , sendo dada por  $p(x_t|x_{0:t-1}^{(m)}, y_{0:t})$ . Assim, quando a função ótima é usada, a atualização dos pesos deve ser implementada a partir de

$$w_t^{(m)} \propto w_{t-1}^{(m)} p(y_t|x_{t-1}^{(m)}) \quad (3.19)$$

Note-se que a implementação de filtros de partículas com função de importância *a priori* é mais imediata do que com a função de importância ótima, já que o cálculo de  $p(y_t|x_{t-1}^{(m)})$  exige integração [Djuric et al. 2003].

## 3.5 Amostragem

O objetivo principal da simulação baseada em técnicas de amostragem é gerar amostras independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) da distribuição *a posteriori* desejada, a fim de realizar inferências estatísticas e extrair a informação desejada. Assim, os pesos de importância são bastante críticos, já que contêm informação probabilística relativa a cada partícula específica, fornecendo informações sobre o quão provável uma amostra é com relação à distribuição *a posteriori* [Fu e Jia 2010].

Portanto, os pesos podem ser considerados como as probabilidades de aceitação que habilitam a geração de amostras independentes (ou quase) da distribuição *a posteriori* desejada [Ribeiro, Mussi e Abrao 2011].

Como mencionado anteriormente, um dos grandes problemas com os algoritmos de amostragem por importância é a degeneração dos pesos das partículas, a qual deve ser evitada ou controlada rapidamente. Isso ocorre devido às flutuações dos pesos em função da evolução das iterações. Em geral, é impossível evitar esta degradação, sendo então necessário introduzir mecanismos capazes de resolvê-la.

Essa degeneração implica que um grande esforço computacional seja dedicado à atualização das partículas, cuja contribuição para a distribuição *a posteriori* é desprezível [Candy 2009].

Esta abordagem torna-se ineficiente ao longo das iterações, uma vez que a degeneração desses pesos acaba por dizimar as partículas responsáveis pela re-

apresentação da parte significativa da função massa de probabilidade. Assim, para tornar as técnicas de simulação sequenciais viáveis, deve-se realizar uma eficiente etapa de reamostragem das partículas capaz de resolver o problema da degeneração das partículas, inerente à técnica PF.

## 3.6 Reamostragem

A Reamostragem consiste na amostragem da atual população de partículas usando os pesos normalizados como probabilidades de seleção. A reamostragem resulta em dois efeitos principais:

1. o algoritmo torna-se mais complexo e não apenas um método de amostragem por importância simples;
2. as partículas reamostradas,  $X_t(i)$ , não são i.i.d. e os pesos normalizados são obtidos aplicando-se o fator  $1/N_s$ .

A reamostragem consiste em selecionar novas posições das partículas de tal forma a reduzir a discrepância entre os pesos reamostrados das partículas com base em sua probabilidade de aceitação.

O conceito fundamental na teoria de reamostragem é preservar as partículas com grandes pesos (i.e., grandes probabilidades), enquanto são descartadas aquelas com pesos pequenos [Candy 2009]. Dois passos devem ser obedecidos para uma reamostragem eficaz: a) uma decisão com base nos pesos deve ser realizada para selecionar as partículas adequadas e rejeitar aquelas de menor peso (ou de menor probabilidade de ocorrência); b) a reamostragem deve ser realizada para minimizar a degeneração das partículas. Esta estratégia de reamostragem, quando adicionada à amostragem por importância é denominada de SIR (*Sampling Importance Resampling*).

Uma medida para quantificar a degeneração das partículas é o tamanho efetivo das amostras baseado no coeficiente de variação, definido por [Candy 2007]:

$$N_{\text{ef}}(t) = \frac{N_s}{\mathbb{E}\{W^2(X_t)\}} = \frac{N_s}{1 + \text{var}\{W(X_t)\}} \leq N_s \quad (3.20)$$

onde  $\mathbb{E}\{\cdot\}$  é o operador esperança,  $W$  são os pesos das partículas  $X_t$  e  $\text{var}\{\cdot\}$  é o operador variância.

A estimativa do número efetivo de partículas no tempo  $t$  é dada por [Candy 2007]:

$$\hat{N}_{\text{ef}}(t) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N_s} W_i^2(t)} \quad (3.21)$$

onde  $W_i$  são os pesos das partículas. Uma decisão com base no método de rejeição é feita comparando-a com um número de partículas de limiar,  $N_{\text{th}}$ . Isto é, quando  $\hat{N}_{\text{ef}}(t)$  é inferior ao limiar, a reamostragem é realizada. Para as simulações foi utilizado o limiar de  $N_{\text{th}} = N_s/4$  conforme sugerido na literatura, o qual garante um desempenho satisfatório para o filtro [Djuric et al. 2003].

A reamostragem diminui a degeneração das partículas, mas pode apresentar alguns problemas após uma etapa de reamostragem, já que as trajetórias simuladas não são estatisticamente independentes. Também há uma possível perda na diversidade com o processo de reamostragem, devido ao fato das amostras serem provenientes de uma distribuição discreta ao invés de uma distribuição contínua. A reamostragem propicia a replicação das partículas com maior peso de importância. Quando esse problema não for resolvido, pode-se acarretar no colapso das partículas, ou seja, ocorrerá a perda de diversidade das amostras, pois essas irão ocupar o mesmo ponto no espaço de estado.

Assim, deve-se escolher cuidadosamente, entre os diferentes tipos de reamostragem, a mais adequada. Neste trabalho foi estudado os métodos de reamostragem multinomial (*multinomial*), estratificado (*stratified*) e sistemático (*systematic*), comparando-se o desempenho dessas metodologias, bem como suas respectivas complexidades, quando aplicadas ao filtro de partículas para a estimação dos coeficientes de canal rádio móvel.

### 3.6.1 Reamostragem Multinomial

Existem algumas variedades de técnicas disponíveis para implementação do método de reamostragem. A abordagem usual é a reamostragem com substituição, uma vez que a probabilidade de cada partícula  $x_i(t)$  é dada pelo peso normalizado  $W_i(t)$ .

Portanto, o número de vezes que cada partícula  $N_i$  do conjunto original  $x_i(t)$  é selecionado segue uma distribuição binomial,  $Bin(N_s, W_i(t))$ . O vetor correspondente,  $[N_1, \dots, N_{N_s}]$  é distribuído de acordo com uma distribuição multinomial com parâmetros  $N_s$  e probabilidade  $[W_1(t), \dots, W_{N_s}(t)]$  [Candy 2009].

Com este esquema de reamostragem, as partículas do conjunto original com pequena variância de pesos são mais prováveis de serem descartadas, enquanto

que as de alto peso são replicadas em proporção a esses pesos.

O Algoritmo 2 mostra o pseudo-código para a implementação da reamostragem Multinomial.

---

**Algoritmo 2** Reamostragem Multinomial

---

- 1:  $cs = cumsum(Wk1)$       ▷ Gerar o vetor soma acumulada dos pesos (CSW)
  - 2: **for**  $i = 1 : N$  **do**
  - 3:      $indx = min(find(cs > rand))$       ▷ Encontrar o índice CSW para o qual ultrapasse o número aleatório
  - 4:      $Xk1(i) = Xk1(indx)$       ▷ Replicar a partícula correspondente na nova população
  - 5: **end for**
- 

A ideia básica é a construção da função de distribuição cumulativa (*cdf - cumulative distribution function*) das medidas aleatórias originais,  $[x_i(t), W_i(t)]$ , dadas por [Candy 2009] :

$$Pr(X(t) \leq x_i(t)) \approx \sum_{i=1}^{N_s} W_i(t) u(x(t) - x_i(t)) \quad (3.22)$$

onde  $u(\cdot)$  é a função degrau unitário.

Amostras uniformes são retiradas do intervalo  $[0, 1]$  e projetadas na *cdf* inversa correspondente à probabilidade associada, levando à reamostragem

$$\hat{x}_{i_k}(t) \Rightarrow x_i(t) \quad (3.23)$$

É evidente que essas partículas ou amostras com maior probabilidade (ou pesos) serão selecionadas com mais frequência. Assim, ocorrerá uma maior substituição das partículas com menor probabilidade (pesos) e uma nova medida aleatória é criada:

$$\{\hat{x}_{i_k}(t), \widehat{W}_{i_k}(t)\} \Rightarrow \{x_i(t), W_i(t)\} \quad \text{com } \widehat{W}_{i_k} = \frac{1}{N_s} \quad (3.24)$$

Esta técnica de reamostragem representa uma aplicação direta da amostragem aleatória, gerando amostras i.i.d. da distribuição empírica *a posteriori*.

### 3.6.2 Reamostragem Sistemática

O método de reamostragem sistemático (*Systematic*) é baseado em uma técnica ordenada, na qual um conjunto de variáveis uniformes ordenadas são geradas. Este método minimiza a variância do erro entre a amostra original selecionada e sua média. O método de amostragem sistemático é apresentado no algoritmo 3.

**Algoritmo 3** Reamostragem Sistemática

---

```

1: Gerar um número aleatório  $U$  com distribuição  $\mathcal{U} \left[ 0, \frac{1}{N_s} \right]$   $\triangleright$  onde  $N_s$  é o
   número de partículas reamostradas
2:  $s = 0$ 
3: for  $m = 1 : N_s$  do
4:    $k = 0$ 
5:    $s = s + w(m)$ 
6:   while  $s > U$  do
7:      $k = k + 1$ 
8:      $U = U + \frac{1}{N_s}$ 
9:   end while
10:   $i(m) = k$ 
11: end for

```

---

**3.6.3 Reamostragem Estratificada**

O Algoritmo 4 apresenta a metodologia utilizada para implementação da reamostragem do tipo *Estratificada*.

**Algoritmo 4** Reamostragem Estratificada

---

```

1: Gerar  $N$  números aleatórios ordenados  $\mathcal{U} \left[ 0, \frac{1}{N_s} \right]$   $\triangleright$  onde  $N_s$  é o número de
   partículas reamostradas
2:  $u_k = \frac{(k-1) + \tilde{u}_k}{N}$   $\triangleright \tilde{u}_k$  com distribuição  $\mathcal{U} [0, 1]$ 
3: Utilizar  $u_k$  para selecionar  $x_k$  de acordo com a reamostragem Multinomial

```

---

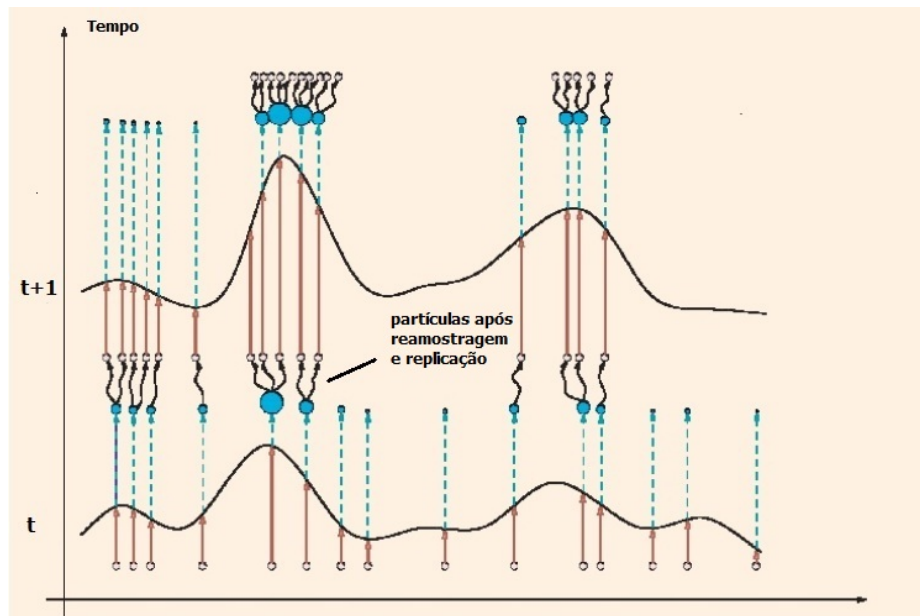
Observa-se que esta metodologia utiliza a técnica Multinomial.

Assim, nota-se que existem algumas metodologias de reamostragens que podem ser empregadas para resolver o problema de degeneração das partículas e reduzir o problema de degeneração criado pela variação dos pesos. Resultados numéricos comparando o desempenho dos métodos de reamostragem são apresentados na Seção 6.1.

**3.7 Funcionamento do Filtro de Partículas**

No Filtro de Partículas, as amostras da distribuição a *posteriori* são indicadas por  $X_t = x_t^1, x_t^2, x_t^3 \dots x_t^{N_s}$ , sendo  $N_s$  o número total de partículas. Cada partícula  $x_t^m$  representa uma hipótese de como seria o estado real do sistema no momento  $t$ .

Como as partículas representam a distribuição a *posteriori*, próximo ao valor esperado da distribuição haverá uma região com alta concentração de partículas e, para regiões mais afastadas desse valor, essa concentração será reduzida. A



**Figura 3.1:** Processo de replicação das partículas do PF - Retirada de [Djuric et al. 2003].

figura 3.1 ilustra o processo da replicação das partículas da região de alta concentração.

Aplica-se estas partículas ao modelo que simula o sistema, adicionando-se um ruído aleatório para representar a incerteza do resultado desta probabilidade, atribuindo-se na sequência os pesos de cada partícula de acordo com a probabilidade da medição sobre a partícula  $x_t$ .

No PF é realizada a reamostragem das partículas com base nos seus pesos, caso contrário, após algumas iterações grande parte das partículas estaria com peso próximo de zero, e apenas algumas partículas próximas das regiões com alta probabilidade. Dessa forma, as partículas com baixo peso, ou seja, as partículas afastadas das regiões de alta probabilidade são descartadas e substituídas por novas partículas concentradas nas regiões de alta probabilidade.

Na estimação dos parâmetros de canal durante o modo de treinamento supervisionado, o receptor adquire uma estimativa do canal através da supervisão de uma sequência de curta duração (*supervised training mode*), que é conhecido pelo receptor.

Neste trabalho são avaliadas algumas metodologias de filtragem de partículas, verificando quais entre as disponíveis na literatura propiciam melhoria de desempenho para o problema da estimação de parâmetros de canal rádio móvel. As técnicas avaliadas neste trabalho são:



- a) PF por *Bootstrap*<sup>3</sup> (BPF – *Bootstrap Particle Filter*);
- b) PF Auxiliar (APF – *Auxiliary Particle Filter*);
- c) PF Regularizado (RPF – *Regularized Particle Filter*);
- d) PF com Cadeias de Markov (MCMC – *Markov chain Monte Carlo*).
- e) PF por Recozimento Simulado (SAPF – *Simulated Annealing Particle Filter*);

### 3.7.1 Filtragem de Partículas por *Bootstrap* (BPF)

O método *bootstrap* é uma das primeiras implementações práticas de filtragem, sendo uma das mais viáveis de todas as técnicas aplicadas ao PF devido à sua simplicidade [Candy 2007].

Este método baseia-se na idéia da amostragem sequencial por importância e na reamostragem, onde o peso correspondente das partículas torna-se bastante simples de ser calculado e dependente apenas da probabilidade atual, pois apenas uma amostragem sequencial acarretaria em uma degeneração das partículas.

Esse problema da degeneração das partículas ocorre porque a variação dos pesos de importância apresentam uma forte tendência de incremento com o número de iterações, ou seja, a variância dos pesos tendem a aumentar a cada iteração, resultando em um grande esforço computacional para a atualização das partículas cuja contribuição é desprezível. Com a reamostragem esse problema é reduzido substancialmente, tornando assim o BPF uma excelente ferramenta para estimação de parâmetros, devido não somente a sua simplicidade como também ao seu desempenho em relação às demais técnicas de filtragem por partículas.

A seguir, é apresentado o pseudo-código para o BPF. O Algoritmo 5 tem como entrada um conjunto de partículas representando o estado do sistema no momento  $t - 1$ .

### 3.7.2 Filtragem de Partículas Auxiliarer (APF)

Uma maneira de reduzir a discrepância entre as partículas é uma melhor escolha das posições dessas, ou seja, a escolha das melhores partículas de uma forma mais inteligente produzindo melhores resultados, torna o *Auxiliary Particle Filter* uma outra opção além da metodologia *Bootstrap*.

---

<sup>3</sup>Uma possível tradução seria Filtragem de Partículas por "mecanismo de inicialização".

**Algoritmo 5** BPF

---

```

1:  $\{x_t^i, w_t^i\}_{i=1}^{N_s}$  ▷  $N_s$  = número de partículas
2: for  $i = 1 : N_s$  do
3:    $x_t^i =$  distribuição a priori
4:   Atribuir o peso a cada partícula  $w_t^i$ 
5: end for
6: Calcular e normalizar os pesos  $w_t^i$ 
7: Calcular  $\hat{N}_{ef}$ 
8: if  $\hat{N}_{ef} < N_{th}$  then ▷  $N_{th}$  = Threshold
9:   Realizar a reamostragem
10: end if

```

---

O método *Auxiliary Particle Filter* é uma variação do *Bootstrap*, baseando-se na tentativa de atenuar os pontos fracos na filtragem de partículas básicas. Neste método, as partículas com alta probabilidade são replicadas várias vezes, porém não existe garantia de que outras amostras estarão na mesma região do espaço, já que apenas um único ponto está sendo usado para caracterizar a densidade de cada partícula. O pseudo-código para o APF é apresentado em Algoritmo 6

**Algoritmo 6** APF

---

```

1:  $\{x_t^i, w_t^i\}_{i=1}^{N_s}$  ▷  $N_s$  = número de partículas
2: for  $i = 1 : N_s$  do
3:    $x_t^i =$  distribuição a priori
4:   Atribuir o peso a cada partícula  $w_t^i$ 
5: end for
6: Calcular e normalizar os pesos  $w_t^i$ 
7: Calcular  $\hat{N}_{ef}$ 
8: if  $\hat{N}_{ef} < N_{th}$  then ▷  $N_{th}$  = Threshold
9:   Realizar a reamostragem
10:   Replicar as partículas de alta probabilidade várias vezes
11: end if

```

---

**3.7.3 Filtragem de Partículas Regularizado (RPF)**

Este método de filtragem de partículas é conhecido como etapa de regularização [Candy 2009], tendo sido proposto para ser uma possível solução para o problema da degeneração das partículas, já que nessa metodologia deve-se desenvolver uma aproximação contínua para a distribuição de probabilidades, em vez da aproximação discreta tradicional, através da distribuição *a posteriori* usando o estimador de densidade kernel, e então realizar a reamostragem diretamente dele. O pseudo-código para o RPF é apresentado em Algoritmo 7

**Algoritmo 7** RPF

---

```

1:  $\{x_t^i, w_t^i\}_{i=1}^{N_s}$  ▷  $N_s =$  número de partículas
2: for  $i = 1 : N_s$  do
3:    $x_t^i =$  distribuição a priori
4:   Atribuir o peso a cada partícula  $w_t^i$ 
5: end for
6: Calcular e normalizar os pesos  $w_t^i$ 
7: Calcular  $\hat{N}_{ef}$ 
8: if  $\hat{N}_{ef} < N_{th}$  then ▷  $N_{th} =$  Threshold
9:   Realizar a reamostragem
10:  Aproximação contínua para a distribuição de probabilidades usando o
    estimador de densidade kernel
11: end if

```

---

### 3.7.4 Filtragem de Partículas com Cadeis de Markov (MCMC-PF)

A metodologia MCMC (*Markov chain Monte Carlo*) tem como objetivo aumentar a diversidade do conjunto de partículas, procurando fazer com que as partículas se movam para regiões de alta probabilidade, possibilitando assim lidar com espaços de estado de elevadas dimensões, ao passo que o PF convencional torna-se ineficiente neste contexto. No entanto, o cálculo envolvido no algoritmo da amostragem executado em cada iteração faz com que se tenha um considerável aumento na complexidade computacional do filtro MCMC [Candy 2009].

Porém, como a complexidade computacional do filtro de partículas depende do número de amostras utilizadas no processo de estimação, pode-se reduzir a complexidade do filtro MCMC e portanto aumentar sua eficiência, adaptando-se o número de amostras ao longo do processo.

Esta metodologia é inicialmente baseada no *Bootstrap Particle Filter*. Porém, durante o processo de reamostragem das partículas, o filtro usa as etapas periódicas MCMC para diversificar as partículas e escolher aquelas com maior peso, garantindo uma melhoria no desempenho das partículas devido ao fato destas convergirem para regiões de maior probabilidade.

O pseudo-código para o MCMC-PF é apresentado em Algoritmo 8

### 3.7.5 Filtragem de Partículas por Recozimento Simulado (SA-PF)

O filtro de partículas por recozimento simulado é uma metodologia baseada no algoritmo heurístico *Simulated Annealing* (SA), proposto por [Kirkpatrick, Gelatt e

**Algoritmo 8** MCMC-PF

---

```

1:  $\{x_t^i, w_t^i\}_{i=1}^{N_s}$  ▷  $N_s$  = número de partículas
2: for  $i = 1 : N_s$  do
3:    $x_t^i$  = distribuição a priori
4:   Atribuir o peso a cada partícula  $w_t^i$ 
5: end for
6: Calcular e normalisar os pesos  $w_t^i$ 
7: Calcular  $\widehat{N}_{ef}$ 
8: if  $\widehat{N}_{ef} < N_{th}$  then ▷  $N_{th}$  = Threshold
9:   Realizar a reamostragem
10:  Diversificar as partículas através de etapas periódicas MCMC
11: end if

```

---

Vecchi 1983] como um método de otimização para problemas combinatórios. Após a iteração de cada temperatura, um ruído dependente do conceito de temperatura do SA é adicionado ao estado estimado do canal, melhorando o desempenho do filtro de partículas. Assim, a técnica SA ao introduzir diversidade ao processo de amostragem possibilita melhoria na convergência do filtro para o ótimo global [Wang, Zhu e Xu 2009].

A técnica básica de filtragem por partículas em conjunto com a heurística SA permite a obtenção de uma reamostragem eficiente do filtro; portanto, as partículas reamostradas não degeneram rapidamente como em outras técnicas de PF. Após o processamento da informação piloto, são atribuídos pesos às partículas, enquanto o ruído de espaço de estado com distribuição Gaussiana e variância inicial elevada (depende da temperatura) é adicionado ao processo. Em seguida, o peso das partículas são atualizados a cada iteração juntamente com a temperatura que é reduzida. O pseudo-código para o SA-PF é apresentado em Algoritmo 9

**Algoritmo 9** SA-PF

---

```

1:  $\{x_t^i, w_t^i\}_{i=1}^{N_s}$  ▷  $N_s$  = número de partículas
2: for  $temp = 1 : T_P$  do
3:   Atualizar  $x_t^i$ 
4:   for  $j = 1 : t_p$  do ▷ para cada iteração à temperatura  $temp$ 
5:     Atribui-se o peso a cada partícula  $w_t^i$ 
6:     Calcular o peso total  $t = \sum w_t^i$ 
7:     Normalisar os pesos  $w_t^i$ 
8:     Calcular  $\widehat{N}_{ef}$ 
9:     if  $\widehat{N}_{ef} < N_{th}$  then ▷  $N_{th}$  = Threshold
10:      Realizar a reamostragem
11:     end if
12:   end for
13:   Calcular  $x_t^i$  e utilizá-lo na próxima temperatura
14: end for

```

---

---

Nas seções iniciais do Capítulo 6 as principais metodologias de filtragem de partículas apresentadas nesta seção são comparadas, sob o ponto de vista de desempenho, especificamente para o problema de estimação dos coeficientes do canal de rádio móvel.

## 4 Modelo de Sistema

Este capítulo discute os três modelos de sistema empregados neste trabalho, tendo em vista sua utilização na validação da metodologia Bayesiana aplicada à estimação de parâmetros de canal/sistema, empregando a técnica por Filtragem de Partículas; são eles os sistemas DS-CDMA, MC-CDMA e MIMO. Para tal validação, empregar-se-á modelos de sinais em banda base, considerando um sistema síncrono operando em canal sem linha de visada (NLOS) e não-seletivo em frequência (*Rayleigh* plano). Também é incluído no modelo a interferência de múltiplo acesso, para as configurações analisadas do sistema DS-CDMA.

Já para a avaliação do estimador de canal PF em sistemas MIMO a metodologia de filtragem por partículas será utilizada na etapa da estimação dos coeficientes de canal, enquanto que, conjuntamente, a detecção da informação será obtida via estratégia de relaxação semi-definida explorada em detalhes no trabalho [Mussi 2012].

### 4.1 Transmissão em Sistemas de Múltiplo Acesso DS-CDMA

Em um sistema DS-CDMA com  $K$  usuários transmitindo simultaneamente, utilizando modulação BPSK e canal com desvanecimento, o sinal em tempo contínuo que chega ao receptor pode ser descrito, em banda base, por [Ciriaco, Abrao e Jeszensky 2005]:

$$r(t) = \sum_{k=1}^K A_k b_k s_k(t - \tau_k) h(t) + \eta(t) \quad (4.1)$$

onde  $K$  é o número de usuários ativos no sistema;  $t \in [0, T_b]$ ,  $\tau_k$  é o atraso inter-usuários (adotado  $\tau_k = 0 \forall k$  pois o sistema é síncrono) e  $T_b$  é o período de bit <sup>1</sup>;  $A_k$  é a amplitude do sinal transmitido do  $k$ -ésimo usuário, dada por  $A_k = \sqrt{E_k}$ , sendo  $E_k = P_k T_b = A_k^2 T_b$ , a energia de bit e  $P_k$  a potência do sinal recebido pelo

---

<sup>1</sup>Adotado aqui como normalizado

$k$ -ésimo usuário;  $b_k \in \{-1, +1\}$  é o bit de informação transmitido do  $k$ -ésimo usuário, assumidos equiprováveis e independentes;  $h(t)$  é a resposta impulsiva do canal e  $\eta(t)$ , ruído AWGN de tempo contínuo, representa o ruído térmico e outras fontes de ruído não relacionadas aos sinais transmitidos com densidade de potência bilateral igual a  $N_0/2$ .

A sequência de assinatura,  $\mathbf{s}_k$ , atribuída ao  $k$ -ésimo usuário é definida por [Ciriaco 2004]:

$$s_k(t) = \sum_{i=0}^{G_p-1} z_k^{(i)} \Pi(t - iT_c) \quad (4.2)$$

onde  $\mathbf{z}_k$  é o vetor de chips, com elementos  $z_k^{(i)} \in \pm 1$  com duração de  $T_c$ ;  $T_c$  é o intervalo de chip e  $\Pi(\Delta)$  é um pulso retangular de amplitude unitária no intervalo  $[0, T_c)$ .

Foi utilizado códigos curtos para o sistema DS-CDMA, isto é, o ganho de processamento é dado por  $G_p = \frac{T_b}{T_c}$ . Considerou-se também um sistema síncrono, ou seja,  $\tau_k = 0$  e canal não seletivo em frequência (canal Rayleigh Plano). Sendo assim, o canal pode ser descrito por [Ciriaco, Abrao e Jeszensky 2005]:

$$h(t) = c_k(t)\delta(t) = \beta_k e^{j\phi_k} \delta(t) \quad (4.3)$$

onde  $c_k(t)$  indica o coeficiente complexo do canal em tempo contínuo para o  $k$ -ésimo usuário;  $\beta_k(t)$  denota o módulo de  $c_k$  com uma distribuição Rayleigh e  $\phi_k(t)$  a fase de  $c_k$  com uma distribuição uniforme entre  $[0, 2\pi)$ .

Assim, levando-se em conta as considerações adotadas e escrevendo novamente a equação (4.1), tem-se o sinal em tempo contínuo que chega ao receptor [Ciriaco 2004]:

$$r(t) = \sum_{k=1}^K A_k b_k c_k s_k(t) + \eta(t) \quad (4.4)$$

### 4.1.1 Receptor Convencional

Para a recepção em um sistema DS-CDMA, o sinal à saída de um banco de filtros casado à sequência de espalhamento (MFB), ou receptor Convencional, pode ser escrito como

$$y_k = \int_0^{T_b} r(t) s_k(t) dt = A_k b_k c_k + \sum_{j \neq k}^K A_j b_j c_j \lambda_{k,j} + \eta_k \quad (4.5)$$

onde  $\eta_k$  é o ruído AWGN filtrado para o  $k$ -ésimo usuário e  $\lambda_{k,j}$  denota o  $k, j$ -ésimo elemento da matriz de correlação  $\mathbf{R}$  dada por [Verdú 1998]:

$$\lambda_{k,j} = \frac{1}{G_p} \int_0^{T_b} s_k(t) s_j(t) dt \quad (4.6)$$

Pode-se reescrever a equação (4.5) em notação vetorial [Ciriaco 2004]:

$$\mathbf{y} = \mathbf{RCAb} + \boldsymbol{\eta} \quad (4.7)$$

onde  $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_k]^T$ ,  $\mathbf{A} = \text{diag}[A_1, A_2, \dots, A_k]$ ,  $\mathbf{C} = \text{diag}[c_1, c_2, \dots, c_k]$ ,  $\mathbf{b} = [b_1, b_2, \dots, b_k]^T$ ,  $\boldsymbol{\eta} = [\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_k]^T$  e  $\text{diag}[\cdot]$  é o operador diagonal.

Assim, para sinalização BPSK, o CD toma as decisões baseado na polaridade dos sinais (decisor abrupto) à saída do integrador para obter o vetor estimador como [Abrao 2001]:

$$\hat{\mathbf{b}} = \text{sgn}[\mathbf{y}] \quad (4.8)$$

onde  $\text{sgn}[\cdot]$  é a função sinal.

## 4.2 Transmissão em Sistemas MIMO Uniportadora

O sistema de comunicação sem fio com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO) analisado neste trabalho consiste de um único link MIMO provido de  $M$  antenas transmissoras e  $N$  antenas receptoras, sendo  $N \geq M$ . Após a modulação, assumida aqui por chaveamento de fase em quadratura (QPSK – *Quadrature Phase Shift Keying*), um dos  $\mathcal{M} = 4$  possíveis símbolos QPSK com período  $T_s$ , i.e.,  $b_m \in \{\pm 1 \pm j\} 1/\sqrt{2}$ , é transmitido pelas  $M$  antenas transmissoras simultaneamente, onde o sinal modulado e transmitido se propaga através do canal MIMO sem fio para alcançar cada uma das  $N$  antenas receptoras.

O coeficiente de ganho de canal de uma antena transmissora  $m$  até uma antena receptora  $n$  é denominado de  $h_{n,m}$ . Assim, considerando um modelo em banda-base de tempo discreto para um canal MIMO com desvanecimento Rayleigh plano,



o sinal à entrada da  $n$ -ésima antena receptora é dado por:

$$y_n = \sum_{m=1}^M h_{n,m} b_m + \eta_n \quad (4.9)$$

sendo  $\eta_n$  o ruído aditivo branco Gaussiano complexo com média zero e amostras independentes com:

$$\mathbb{E} [v_n^2] = N_0 = \frac{ME_s}{\gamma} \quad (4.10)$$

onde  $E_s$  é a energia média dos símbolos transmitidos e  $\gamma$  é a SNR média por antena receptora. Os coeficientes de canal  $h_{n,m}$ ,  $\forall n \in \{1, 2, \dots, N\}$  e  $\forall m \in \{1, 2, \dots, M\}$  podem ser expressos por:

$$h_{n,m} = \beta_{n,m} e^{j\phi_{n,m}} \quad (4.11)$$

sendo o módulo  $\beta_{n,m}$  modelado através de uma distribuição estatística de Rayleigh, enquanto que a fase  $\phi_{n,m}$  por uma distribuição uniforme no intervalo  $(0, 2\pi]$ .

Adicionalmente, adotou-se a hipótese de canal suficientemente lento de forma que não há alteração significativa nos valores dos coeficientes de canal.

Os sinais recebidos nas  $N$  antenas receptoras são convenientemente reescritos, a partir da equação (4.9), na forma vetorial como:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{b} + \boldsymbol{\eta} \quad (4.12)$$

sendo  $\mathbf{y}$  o vetor recebido  $N \times 1$ ;  $\mathbf{H}$  representa a matriz  $N \times M$  do canal MIMO;  $\mathbf{b}$  é o vetor dos símbolos transmitidos de dimensão  $M \times 1$  e  $\boldsymbol{\eta}$  é o vetor de ruído aditivo branco Gaussiano complexo  $N \times 1$ .

O ganho de diversidade espacial, temporal e de multiplexação são figuras de mérito inerentes aos sistemas MIMO. Assim, a melhoria de tais figuras de mérito tem motivado intensos estudos no intuito de aumentar sua eficiência em termos desempenho  $\times$  complexidade. Para a análise e validação do estimador dos coeficientes de canal via PF, neste trabalho será empregado sistema MIMO no modo ganho de diversidade. Pode-se definir o ganho de diversidade como sendo a inclinação da reta tangente à curva de desempenho da BER na região de alto SNR ( $\gamma \rightarrow \infty$ ):

$$d = - \lim_{\gamma \rightarrow \infty} \frac{\Delta \log P_e(\gamma)}{\Delta \log \gamma} \quad (4.13)$$

onde  $P_e(\cdot)$  é a probabilidade de erro.

## 4.3 Detectores Eficientes para Canais MIMO

Esta seção apresenta o método de detecção por relaxação semi-definida em canais MIMO e uma análise completa sobre esta metodologia é realizada em [Mussi 2012].

O detector de relaxação semidefinida [Ma W. K. ; Ching e Ding 2004] foi empregado neste trabalho para validar o estimador de coeficientes de canal proposto. Foram combinados algoritmos para a detecção por relaxação semi-definida em canais MIMO e a estimação dos coeficientes de canal (módulo e fase) baseada na técnica Bayesiana por Filtragem de Partículas (PF - *particle filtering*). Analisou-se o compromisso desempenho  $\times$  complexidade computacional do detector-estimador SDR-PF, evidenciando sua potencialidade de aplicação, onde resultados numéricos de simulação indicaram reduzida perda de desempenho do SDR-PF-MIMO, com erros de estimação de até 10% quando comparado a resultados obtidos com estimativas perfeitas de canal.

O uso proibitivo do detector ML se deve ao fato deste resultar em uma complexidade exponencial com o aumento da dimensão do problema, tornando-se assim inviável sua utilização em aplicações de tempo real em sistemas de múltiplo acesso por divisão de código (CDMA) multitaxas, visto que atualmente os requisitos/características de serviços em sistemas 3G incluem maior qualidade de voz e alta taxa de transmissão de dados [Mussi 2012].

### 4.3.1 Detector por Relaxação Semi-Definida (SDR)

A estratégia de relaxação semi-definida (SDR) é uma técnica poderosa e pode ser aplicada a uma série de problemas além daqueles inerentes aos sistemas de comunicação digitais [Helmberg et al. 2005, Luo et al. 2010]. Porém, vem se destacando nos cenários relativos à detecção/decodificação de informação a fim de se obter resultados bastante promissores, i.e., próximos ao detector ótimo ML [Luo et al. 2010], porém com complexidade polinomial.

O detector SDR é baseado na relaxação convexa de um dado problema, em que este é simplificado através de uma expansão da região de aplicabilidade (*feasible set*) a partir da relaxação de alguma(s) das restrições do problema de otimização original. A solução estimada para um dado problema é então obtida mapeando-se a solução do problema convexo otimizado no problema real. Este mapeamento geralmente é feito através de estratégias simples como a aproximação *rank-1* ou técnicas de randomização. Recentemente, foi mostrado na literatura que técnicas

de randomização atingem melhores compromissos desempenho  $\times$  complexidade [Luo et al. 2010].

A grande motivação para se utilizar o detector SDR advém do fato deste ser capaz de encontrar soluções próximas ao detector ML, porém em tempo polinomial. Além disso, o sinal recebido quando modelado na forma descrita da Eq. (4.9), i.e., sistema MIMO, com  $v_n$  amostras de ruído Gaussianos complexos independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.) à entrada da  $n$ -ésima antena receptora e sob a condição de sobredeterminação ( $N \geq M$ ), o detector SDR é capaz de atingir o mesmo ganho de diversidade do detector ML, i.e.,  $\approx N/2$ . Ou seja, na região de alta SNR o detector SDR terá uma probabilidade de erro de símbolo que decai na mesma taxa que o detector ML ótimo [Jalden e Otterssten 2008]. A grande vantagem do SDR reside na sua complexidade polinomial e independente do nível de SNR (*signal-to-noise ratio*).

O uso do detector SDR na detecção em ambientes de múltiplo acesso por divisão de código (CDMA - *code division multiple access*) foi proposto em [Tan e Rasmussen 2001, Ma et al. 2002]. Recentemente, tem havido um grande interesse de aplicação em sistemas e canais com múltiplas antenas transmissoras e receptoras. Os primeiros trabalhos de detecção SDR em canais MIMO utilizaram baixas ordens de modulação, como BPSK (*binary phase-shift keying*) [Tan e Rasmussen 2001, Ma et al. 2002], sendo os mais recentes esforços direcionados na avaliação de desempenho do SDR sob constelações  $\mathcal{M}$ -QAM ( *$\mathcal{M}$ -ary quadrature amplitude modulation*) de alta ordem [Wiesel, Eldar e Shitz 2005, Mao, Wang e Wang 2007, Ma et al. 2009, So 2009] e canais com desvanecimento.

No entanto, a maioria dos trabalhos na literatura investiga o detector SDR com estimativas perfeitas dos parâmetros de canal (PCSI - *perfect channel state information*). Este trabalho procura realizar a estimação dos coeficientes de canal utilizando-se da técnica de filtragem por partículas e compará-la com a PCSI.

Demonstra-se que o problema ML em cenários MIMO pode ser descrito na forma discreta [Mussi, Ribeiro e Abrao 2011]:

$$\hat{\mathbf{b}}_{ML} = \min_{\mathbf{b} \in \{\pm 1 \pm j\}^M} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{b}\|^2 \quad (4.14)$$

Este problema é bastante complexo, pois, trata-se de um problema do tipo NP-completo [Goldberg, Pacca e Luna 2005], ou seja, a solução não é realizável em tempo polinomial.

Computacionalmente, torna-se mais conveniente modelar o problema de otimização complexo de (4.14) em um problema de valores reais, embora tal con-

versão acarrete a duplicação da dimensão do problema. Reescrevendo (4.11), tem-se [Jalden, Ottersten e Ma 2005]:

$$\begin{bmatrix} \Re\{\mathbf{y}\} \\ \Im\{\mathbf{y}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Re\{\mathbf{H}\} & -\Im\{\mathbf{H}\} \\ \Im\{\mathbf{H}\} & \Re\{\mathbf{H}\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Re\{\mathbf{b}\} \\ \Im\{\mathbf{b}\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Re\{\eta\} \\ \Im\{\eta\} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

$$\text{sendo: } \mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^T \mathbf{H} & -\mathbf{H}^T \mathbf{y} \\ -\mathbf{y}^T \mathbf{H} & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}^T \mathbf{1} \end{bmatrix}^T$$

Introduzindo a variável  $\mathbf{X} = \mathbf{x}\mathbf{x}^T$ , o problema da detecção ML pode ser solucionado resolvendo o seguinte problema de otimização equivalente [Jalden, Ottersten e Ma 2005]:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{X}, \mathbf{x}} \quad & \text{tr}(\mathbf{L}\mathbf{X}) \\ \text{s.t.} \quad & \text{diag}(\mathbf{X}) = \mathbf{e}; \quad \mathbf{X} = \mathbf{x}\mathbf{x}^T \\ & \mathbf{X} \text{ é } \textit{rank} \ 1 \end{aligned} \quad (4.16)$$

sendo  $\mathbf{e}$  um vetor unitário e *rank* equivalente ao posto.

Nota-se que o problema de otimização em (4.16) é ainda não-convexo (característica *rank* 1 de  $\mathbf{X}$  [Jaldén 2004]) e equivalente ao problema da detecção ML da Eq. (4.14), no sentido de que sabendo-se a solução de um dos problemas, pode-se facilmente calcular a solução para o outro. Infelizmente, ambos constituem problemas do tipo NP-completo. No entanto, a componente que faz com que o problema em (4.16) seja muito complexo é mais explícita do que em (4.14). Mais precisamente, sem a restrição *rank*-1 em  $\mathbf{X}$ , o problema em (4.16) seria convexo [Jaldén 2004]. A técnica usada no detector SDR baseia-se na relaxação da restrição de *rank*-1. Desta forma, o problema de otimização é reescrito em sua versão relaxada como:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{X}} \quad & \text{tr}(\mathbf{L}\mathbf{X}) \\ \text{s.t.} \quad & \text{diag}(\mathbf{X}) = \mathbf{e}; \quad \mathbf{X} \succeq 0 \end{aligned} \quad (4.17)$$

onde  $\mathbf{X} \succeq 0$  indica que  $\mathbf{X}$  é simétrico e positivamente semi-definido. O detector SDR analisado neste trabalho baseia-se na solução do problema dado na Eq. (4.17). Como este problema é convexo, pode ser resolvido em tempo polinomial, o que é a principal vantagem deste tipo de detector, usando técnicas como o método elipsóide ou método dos pontos interiores (IP). Este método tem se mostrado mais eficiente na solução do problema de detecção relaxado. O algoritmo para resolução de (4.17) baseia-se em [Jaldén 2004, Helmberg et al. 2005].

### 4.3.1.1 Aproximação rank-1

Fornece uma solução para o problema não-convexo,  $\mathbf{x}^*$ , proveniente da solução encontrada para o problema convexo,  $\mathbf{X}^*$ . Como  $\mathbf{X}^* = \mathbf{x}^* \mathbf{x}^{*\top}$ , caso  $\mathbf{X}^*$  tenha posto 1, o vetor-solução  $\mathbf{x}^*$  será único e ótimo tanto para problema convexo quanto o não-convexo. Contudo, se o *rank* for maior que 1, o vetor-solução não é obtido de forma imediata. Com a aproximação *rank-1*, assume-se que toda solução  $\mathbf{X}^*$  é *rank* 1. O algoritmo utilizado neste trabalho é baseado em [Mussi, Ribeiro e Abrao 2011] e reproduzido no Algoritmo 10.

---

#### Algoritmo 10 Aproximação *rank-1*

---

1. Decomposição em autovalores ( $\lambda$ ) e autovetores ( $\mathbf{q}$ ):  $\mathbf{X}^* = \sum_{i=0}^M \lambda_i \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^\top$
  2. Encontra-se o maior autovalor:  $k = \arg \max_i \lambda_i$
  3. Toma-se  $\mathbf{x}^*$  como sendo a função sinal do autovetor associado ao maior autovalor:  $\mathbf{x}^* = \text{sgn}(\mathbf{q}_k)$
  4. A estimativa para os símbolos transmitidos é obtida através do vetor  $\mathbf{x}^*$  com exceção da última posição:  $\hat{\mathbf{s}} = x_i^* \quad i = 0, \dots, 2M - 1$
- 

### 4.3.1.2 Randomização

Outros métodos que mapeiam a solução do problema convexo em uma solução estimada para o problema não-convexo, são técnicas de randomização uniforme e gaussiana. Neste trabalho foi utilizado o procedimento de randomização uniforme baseado em [Kisialiou e Luo 2005] e reproduzido no Algoritmo 11.

A randomização gaussiana é uma outra alternativa encontrada na literatura, baseada em [Wiesel, Eldar e Shitz 2005] e descrita no Algoritmo 12.

### 4.3.2 Erros nas Estimativas dos Coeficientes de Canal

Para efeito de comparação com o método de estimativas dos coeficientes de canal por filtragem de partículas proposto neste trabalho, aqui são consideradas estimativas imperfeitas dos coeficientes de canal (ICSI - *imperfect channel state information*). A matriz dos coeficientes de canal com erros agregados nas estimativas pode ser reescrita como:

$$H'_{n,m} = \beta'_{n,m} e^{j\phi'_{n,m}} \quad (4.23)$$

**Algoritmo 11** Randomização Uniforme

1. Decomposição em autovalores ( $\lambda$ ) e autovetores ( $\mathbf{q}$ ):  $\mathbf{X}^* = \sum_{i=0}^{2M} \lambda_i \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^T$
2. Obtém-se  $\eta_i = \sqrt{\lambda_i} \mathbf{q}_i \quad i = 0, \dots, 2M$
3. Escolha de  $k | \eta_k \equiv$  maior autovalor:  $k = \arg \max_i \|\lambda_i\|$
4. Define a distribuição:
 
$$\begin{aligned} \Pr\{x_i = +1\} &= (1 + v_{ki})/2 \\ \Pr\{x_i = -1\} &= (1 - v_{ki})/2 \end{aligned} \quad (4.18)$$
5. Geram-se  $S_{\text{rand}}$  vetores amostras i.i.d.  $\bar{\mathbf{x}}_l, l = 0, \dots, S_{\text{rand}} - 1$ ; cada posição  $\bar{x}_{li}, i = 0, \dots, 2M$ , é obtida via (4.18).
6. Para as  $S_{\text{rand}}$  amostras determina-se  $\bar{\mathbf{x}}_l = -\bar{\mathbf{x}}_l$  se a  $M$ -ésima posição do vetor  $\bar{\mathbf{x}}_l$  for igual a  $-1$ .
7. Calcula-se:  $p = \arg \min_l \bar{\mathbf{x}}_l^T \mathbf{Q} \bar{\mathbf{x}}_l$
8. Toma-se  $\mathbf{x}^* = \bar{\mathbf{x}}_p$ . A
9. Estimativa final símbolos:  $\hat{\mathbf{b}} = x_i^* \quad i = 0, \dots, 2M - 1$

sendo  $n = 0, \dots, N - 1$  e  $m = 0, \dots, M - 1$ . Assim, adotando-se erros percentuais no módulo,  $e_{\text{mod}}^{\%}$ , e na fase,  $e_{\text{ph}}^{\%}$ , dos coeficientes de canal seguindo distribuições uniforme, tem-se:

$$\beta'_{n,m} \sim \mathcal{U} \left[ \beta_{n,m} \left( 1 - \frac{e_{\text{mod}}^{\%}}{100} \right), \beta_{n,m} \left( 1 + \frac{e_{\text{mod}}^{\%}}{100} \right) \right] \quad (4.24)$$

$$\phi'_{n,m} \sim \mathcal{U} \left[ \phi_{n,m} \left( 1 - \frac{e_{\text{ph}}^{\%}}{100} \right), \phi_{n,m} \left( 1 + \frac{e_{\text{ph}}^{\%}}{100} \right) \right] \quad (4.25)$$

A adoção de uma função densidade de probabilidade (pdf - *probability density function*) uniforme para os erros de estimação dos coeficientes de canal foi realizada para que se pudesse ter uma base comparativa, em termos do erro percentual médio agregado às estimativas do canal e assim avaliar o impacto do erro do estimador proposto sobre o desempenho do sistema de comunicação, especialmente para o cenário de sistema MIMO com detecção SDR.

Pode-se ainda adotar erros no módulo e na fase dos coeficientes de canal seguindo distribuições Gaussianas:

$$\beta'_{n,m} \sim \mathcal{N}(|h_{n,m}|, \sigma_c^2) \quad (4.26)$$

**Algoritmo 12** Randomização Gaussiana

1. Fatoração de Cholesky na matriz solução de ((4.16)):

$$\mathbf{X}^* = \mathbf{U}^T \mathbf{U} \quad (4.19)$$

2. Seja  $\mathbf{u}_i$  a  $i$ -ésima coluna de  $\mathbf{U}$
3. Gera-se  $\mathbf{r}$  como sendo um vetor aleatório uniformemente distribuído em uma esfera unitária de dimensão  $(2M + 1)$ .
4. Determina-se  $\mathbf{x}_g$  como sendo:

$$\mathbf{x}_{g_i} = \text{slicer} \left( \frac{\mathbf{u}_i^T \mathbf{r}}{\mathbf{u}_{2M+1}^T \mathbf{r}} \right), \quad i = 1, \dots, 2M + 1 \quad (4.20)$$

5. Calcula-se  $k$  como sendo:

$$k_i = \mathbf{x}_g^T \mathbf{L} \mathbf{x}_g, \quad i = 1, \dots, S_g \quad (4.21)$$

6. Repetem-se os passos 3, 4 e 5 por  $S_g$  vezes.
7. Escolhe-se o vetor  $\mathbf{x}_g$  que minimizou  $k$ .
8. A estimativa para os símbolos transmitidos na forma real é obtida através do vetor  $\mathbf{x}_g$  com exceção da última posição:

$$\hat{b}_i = \mathbf{x}_{g_i}, \quad i = 1, \dots, 2M \quad (4.22)$$

$$\phi'_{n,m} \sim \mathcal{N}(\angle h_{n,m}, \sigma_c^2) \quad (4.27)$$

onde o erro tem média igual ao coeficiente de canal verdadeiro (magnitude e fase) e variância em uma faixa de valores adequados, como por exemplo  $\sigma_c^2 \in [0; 6]$ .

## 4.4 Transmissão em Sistemas Multiportadora MC-CDMA

O sistema MC-CDMA é uma combinação das técnicas de múltiplo acesso DS-CDMA e OFDM [Fazel e Kaiser 2008]. O sucesso de modulação multiportadora em aplicações de transmissão de dados motivou muitos pesquisadores a investigar e adequar a metodologia MC para sistemas de comunicações móveis sem fio [Kaiser 1998].

Esta metodologia é a combinação entre o espalhamento no domínio da frequência e modulação com multiportadoras, sendo geradas várias cópias de cada bit da

sequência original de dados bipolarizados, onde cada réplica é modulada por um chip diferente da sequência pseudo-aleatória, e assim, os sinais resultantes modulam diferentes subportadoras ortogonais [Abrao 2005].

A separação entre duas subportadoras adjacentes é dada por  $\Delta f = \frac{1}{T_c}$ , onde  $T_c$  é o período de *chip*, representando assim o espalhamento no domínio da frequência.

O sinal transmitido no sistema MC-CDMA correspondente ao  $k$ -ésimo usuário pode ser representado por:

$$v_k(t) = \sum_{n=0}^{G_p-1} b_k s_{k,n} \cos(\omega_n t + \theta_{k,n}) \quad (4.28)$$

onde  $\omega_n = \omega_c + 2\pi(\frac{n}{T_c})$  é a frequência de transmissão da  $n$ -ésima subportadora,  $b_k$  a informação do  $k$ -ésimo usuário,  $s_{k,n}$  o  $n$ -ésimo chip da sequência de espalhamento  $s_k$ ,  $\omega_c$  a frequência da portadora responsável por levar o sinal à condição de banda passante e  $\theta_{k,n}$  é a fase atribuída à  $n$ -ésima subportadora do  $k$ -ésimo usuário.

Os sinais provenientes das  $G_p$  subportadoras são combinados segundo uma regra adequada, tirando proveito da diversidade em frequência, porém para que isso seja realizado com sucesso em um dado canal seletivo em frequência, é necessário que os desvanecimentos em cada subportadora resultem planos em frequência e de preferência independentes [Angélico 2005].

Na literatura as quatro regras mais comumente utilizadas para se combinar as componentes do sinal recebido em cada subportadora são EGC (*Equal Gain Combining*), MRC (*Maximum Ratio Combining*), MMSEC (*Minimum Mean Square Error Combining*) e ORC (*Orthogonality Restoring Combining*) [Hara e Prasad 1997].

O sinal MC-CDMA é obtido após modular os dados em paralelo nas  $G_p$  subportadoras.

Considerando que a informação após o espalhamento seja dada por  $\mathbf{d}_k = b_k \mathbf{s}_k = (d_{k,0}, d_{k,1}, \dots, d_{k,G_p-1})^T$ , pode-se utilizar a notação vetorial para representar o vetor recebido em um sistema MC-CDMA como [Fazel e Kaiser 2008]:

$$\mathbf{r} = \sum_{k=0}^{K-1} \mathbf{H}_k \mathbf{d}_k + \boldsymbol{\eta} \quad (4.29)$$

onde  $\mathbf{H}_k$  contém os coeficientes dos subcanais do  $k$ -ésimo usuário (desconsidere



rando nesta o efeito da ICI)

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{0,0} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_{1,1} & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{H}_{G_p-1,G_p-1} \end{bmatrix};$$

Para a recepção no sistema MC-CDMA neste trabalho utilizou-se um detector convencional bem como utilizou-se a extensão cíclica para mitigar o efeito da ICI (*Inter Carrier Interference*). O sistema MC-CDMA é robusto aos efeitos do espalhamento multipercurso já que existe um longo período de símbolo que reduz a interferência intersimbólica. Caso tenha uma adição de um período de guarda entre símbolos transmitidos o nível de robustez poderá ser maior, porém este servirá para garantir que os sinais provenientes dos multipercursos da informação anterior seja extinta antes da chegada do símbolo atual.

O intervalo de guarda poderia ser simplesmente um silêncio na transmissão, todavia essa ausência de sinal provocaria a perda de ortogonalidade entre as subportadoras em um ambiente multipercurso e causaria interferência entre as mesmas (ICI) [Angélico 2005].

Uma técnica empregada para inserção do tempo de guarda é a extensão cíclica que visa estender o comprimento do símbolo, mas continua garantindo a condição de ortogonalidade entre as subportadoras pois a correlação no período de símbolo resulta em zero. No receptor, as amostras da extensão cíclica que foram inseridas no transmissor são descartadas antes do sinal ser processado via FFT, com vistas à obtenção de amostras na frequência [Angélico 2005].

## 5 Análise de Complexidade

Neste capítulo é apresentada a complexidade computacional das técnicas de filtragem propostas, como também é realizado um estudo para determinar o número de partículas a ser usado nos algoritmos.

### 5.1 Complexidade Computacional - PF e Métodos de Reamostragem

Uma das funções mais calculadas nos métodos propostos é a matriz exponencial. Golub e Loan [Golub e Loan 1996] apresentam o Método de Aproximação *Padé* para tentar reduzir a complexidade computacional desta função. Já em Filho [Filho 2007] é apresentada a complexidade computacional da decomposição de *Cholesky* em termos de operações, a qual foi utilizada para determinar a complexidade do método de filtragem RPF.

Assim, através das reamostragens apresentadas anteriormente, analisa-se aqui a complexidade computacional do PF em termos de operações reais. Inicialmente, a tabela 5.1 apresenta o resultado desta análise para as principais técnicas de reamostragem.

A análise de complexidade foi quantificada em termos do número de operações, considerando-se uma operação real equivalente à complexidade de uma multiplicação, divisão, adição ou subtração real. Todos os números complexos e outras operações foram transformadas ou aproximadas considerando estas quatro operações reais básicas. Uma multiplicação e divisão complexas equivalem, respectivamente, a seis e onze operações reais. Cada adição ou subtração complexa equivale a duas operações reais.

**Tabela 5.1:** Análise de complexidade das reamostragens.

Complexidade	Multinomial	Sistemático	Estratificado
Operações	$24N_s + 18$	$32N_s + 34$	$48N_s + 18$

No próximo capítulo pode-se verificar que a reamostragem *Multinomial* apresenta o mesmo desempenho quando comparada com as demais reamostragens (*Sistemático* e *Estratificado*), porém com complexidade ligeiramente inferior.

Em seguida, analisa-se a complexidade das técnicas de filtragem de partículas implementadas. Todas utilizaram o método de reamostragem *Multinomial*, metodologia que obteve um excelente desempenho com uma menor complexidade computacional, conforme mostrado anteriormente.

A tabela 5.2 mostra a análise da complexidade em termos de número de partículas ( $N_s$ ) para os diferentes tipos de filtros de partículas analisados. Como já apresentado anteriormente na seção 3.7 através dos algoritmos de cada metodologia de filtro de partículas, o método MCMC devido ao seu processo de reamostragem buscando diversificar as partículas tem a maior complexidade entre as metodologias analisadas ficando na ordem de  $\mathcal{O}(N_s^3)$  enquanto o algoritmo BPF foi o que apresentou a menor complexidade computacional (ligeiramente inferior) com relação as demais metodologias visto que estas são variações ou utilizam do método BPF para diversificação das partículas.

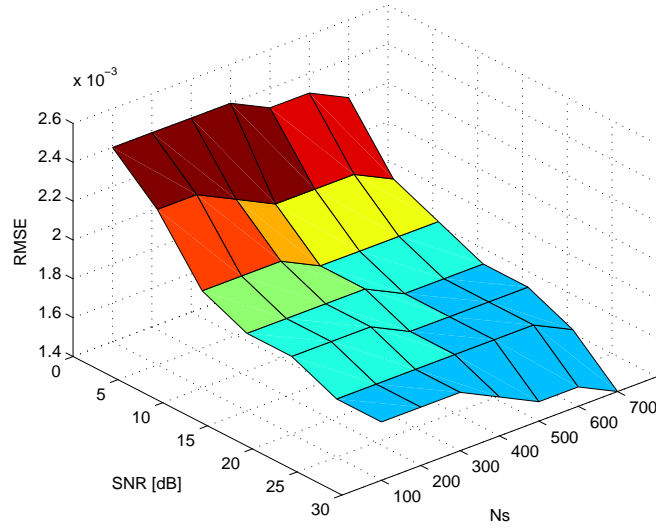
**Tabela 5.2:** Análise de complexidade dos Filtros de Partículas.

Comp.	BPF	APF	RPF	MCMC	SA
Oper.	$3934N_s$	$7774N_s$	$7770N_s$	$\frac{10N_s^3}{3} + 26N_s^2 + 3948N_s$	$19398N_s$

Observando a tabela 5.2, pode-se verificar que o algoritmo BPF tem a uma complexidade ligeiramente inferior em relação ao número operações e também consegue obter o mesmo desempenho das outras técnicas de filtragem de partículas abordadas neste trabalho.

## 5.2 Número de Partículas

A escolha do número de partículas é raramente mencionada na literatura. Uma vez que a cada iteração os pesos das partículas devem ser atualizados através da reamostragem, a determinação do número adequado de partículas é uma tarefa fundamental para a eficiência do algoritmo [Linzhou et al. 2010]. Assim, foi realizado um estudo para determinar o número ótimo de partículas, especificamente para o problema da estimação de parâmetros de canal de rádio móvel, levando-se em conta o desempenho do estimador em termos da raiz quadrada do erro quadrático médio (RMSE), bem como da complexidade computacional do algoritmo. Uma vez que estas duas figuras de mérito são dependentes do número de



**Figura 5.1:** Desempenho do estimador M-BPF em função da variação da SNR e do número de partículas para o módulo do coeficiente de canal..

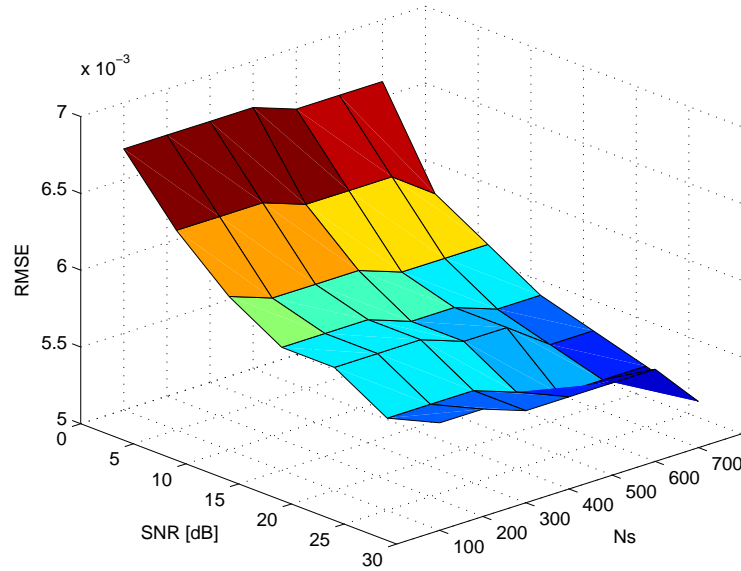
partículas, sob distintas condições de operação do sistema DS-CDMA, variou-se a SNR sob a condição específica de elevado carregamento de sistema  $\mathcal{L} = K/G_p$ , sendo  $G_p$  o ganho de processamento do sistema. Assim, para carregamentos mais baixos o número de partículas ótimo encontrado também pode ser aplicado.

A figura 5.1 e figura 5.2 apresentam o desempenho (módulo e fase) do estimador de canal multinomial bootstrap filtro de partículas (M-BPF), em termos de  $\text{RMSE} \times N_s \times \text{SNR}$  para um sistema DS-CDMA com  $K = 1$  e ganho de processamento  $G_p = 32$ . Define-se a raiz quadrada do erro quadrático médio (RMSE - *root mean squared error*) como:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^N (\bar{x}_i - x_i)^2} \quad (5.1)$$

sendo  $N$  o tamanho da amostra,  $\bar{x}_i$  o valor estimado do coeficiente de canal e  $x_i$  o valor verdadeiro do coeficiente de canal.

Observa-se que o estimador operando com um número de partículas na faixa de  $[200; 400]$  é capaz de atingir um desempenho favorável em termos de RMSE, atingindo valores de  $\text{RMSE} \approx 2 \times 10^{-3}$  para a estimação do módulo dos coeficientes de canal nesta faixa de  $N_s$ . Para valores mais elevados de números de partículas, o algoritmo tem sua complexidade computacional elevada, aumentando assim o tempo de processamento do filtro de partículas para a realização das estimações, sem no entanto obter melhoria no RMSE compatível que justifique um aumento na complexidade.



**Figura 5.2:** Desempenho do estimador M-BPF em função da variação da SNR e do número de partículas para a fase do coeficiente de canal.

Deve-se levar em conta que com o aumento de número de partículas ( $N_s \rightarrow \infty$ ), uma estimativa assintoticamente ótima da distribuição a *posteriori* seria obtida (objetivo da estimação bayesiana) [Candy 2007]. Entretanto, este aumento acarretaria em um considerável incremento da complexidade do estimador de parâmetros de canal. Assim, adotou-se  $N_s = 300$  partículas para o algoritmo M-BPF, sendo um número razoável para a classe de problema de estimação tratado neste trabalho, visto que esse valor garante um desempenho satisfatório com a manutenção da complexidade computacional em um patamar factível.

### 5.3 Complexidade do Detector SDR com Estimator BPF

Nesta seção é apresentada a análise de complexidade computacional do detector SDR operando em conjunto com o estimador BPF para um sistema MIMO. Uma análise mais sistemática de desempenho e complexidade do detector SDR utilizado aqui pode ser encontrada em [Mussi 2012].

A tabela 5.3 traz a complexidade das técnicas de aproximação *rank-1* e randomização para o detector SDR obtida em [Mussi 2012]. Na tabela 5.4 tem-se a complexidade computacional do estimador BPF com reamostragem multinomial.

Observa-se que o detector SDR resulta em uma complexidade preponderante, da ordem de  $\mathcal{O}(M^3)$ , enquanto o estimador BPF apresenta uma complexidade de ordem quadrática  $\mathcal{O}(MN)$  ou  $\mathcal{O}(M^2)$  quando  $M = N$  antenas, conforme

**Tabela 5.3:** Complexidade para as aproximações empregadas no SDR

	Operações Reais
Aproximação <i>rank-1</i>	$16M^3 + 12M^2 + \frac{32}{3}M + 1$
Randomização	$16M^3 + 16M^2 + \frac{50}{3}M + 3 + (6M^2 + 24M + 11) \cdot S_{\text{rand}}$

**Tabela 5.4:** Complexidade do estimador BPF em canal MIMO

	Operações
Estimador BPF	$MN(533N_s)$

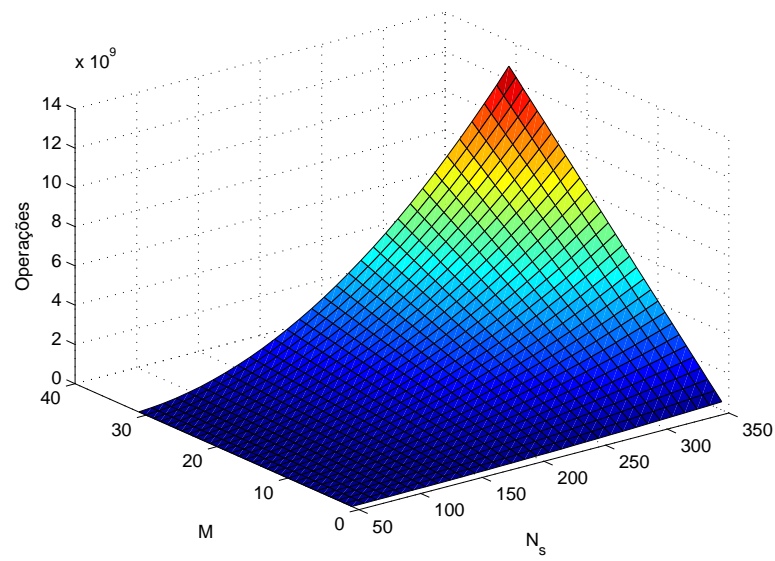
adotado nas simulações deste trabalho. A complexidade do estimador BPF como já relatada foi obtida em termos de operações reais, sendo esta técnica apresentada no Algoritmo 5 da seção 3.7.

A tabela 5.5 mostra a complexidade computacional total do conjunto detector-estimador SDR-BPF para as duas aproximações. Tal complexidade, para ambas aproximações, resulta da ordem de  $\mathcal{O}(M^3)$  devido a complexidade cúbica do detector SDR, já que o cálculo de autovetores e autovalores são operações preponderantes na determinação da ordem de complexidade do SDR [Mussi, Ribeiro e Abrao 2011].

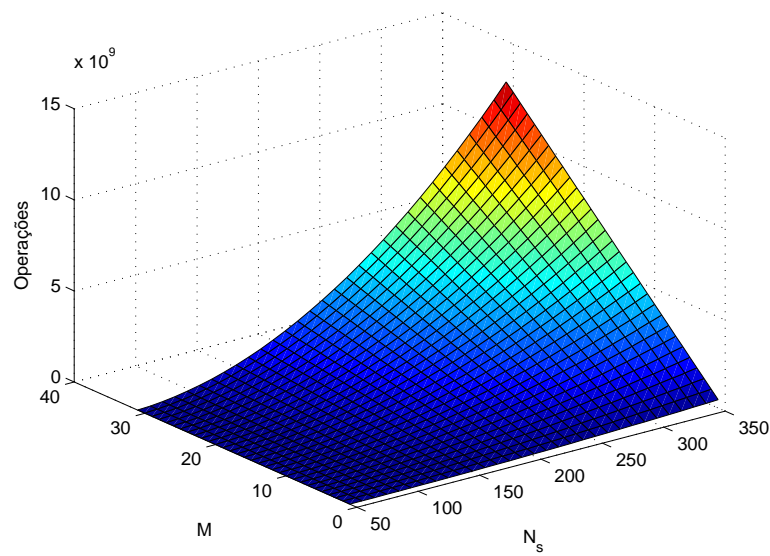
**Tabela 5.5:** Complexidade do detector-estimador SDR-BPF

	Operações
SDR-BPF + Aprox. <i>rank-1</i>	$16M^3 + 12M^2 + M(533NN_s + \frac{32}{3}) + 1$
SDR-BPF + Randomização	$16M^3 + 16M^2 + 3 + M(533NN_s + \frac{50}{3}) + (6M^2 + 24M + 11) \cdot S_{\text{rand}}$

As figuras 5.3 e 5.4 mostram respectivamente a complexidade somente do estimador de canal M-BPF e a complexidade conjunta (operações) do detector/estimador SDR-BPF utilizando randomização em função de M (M=N) antenas,  $S_{\text{rand}} = 150$  bem como do número de partículas ( $N_s$ ). Observa-se que o SDR-BPF devido a complexidade cúbica do detector SDR, apresenta uma complexidade global da ordem de  $\mathcal{O}(M^3)$ , conforme já apresentado anteriormente na tabela 5.5.



**Figura 5.3:** Complexidade somente do estimador de canal M-BPF.



**Figura 5.4:** Complexidade conjunta SDR-BPF utilizando randomização.

## 6 Resultados Numéricos

Este capítulo traz uma caracterização de desempenho do estimador de canal por filtragem de partículas. Inicialmente, apresenta-se o desempenho do estimador por filtragem de partículas do tipo SA com diversos métodos de realização do PF (Bootstrap, Auxiliar, MCMC e regularizado) e reamostragens multinomial, sistemática e estratificada. Este desempenho é quantificado em termos de RMSE para o filtro de partículas.

No anexo A são apresentados os cabeçalhos das principais rotinas implementadas do Filtro de Partículas para obtenção dos resultados deste trabalho.

### 6.1 Desempenho das Técnicas de PF e Reamostragem

Primeiramente, é apresentado na figura 6.1 as estimativas dos coeficientes de um canal Rayleigh do estimador SA-PF. Estas figuras ilustram a estimativa dos coeficientes de canal (em função do tempo) obtidas com uma metodologia PF, neste caso o SA-PF. Para a parte real dos coeficientes pode-se observar que o SA-PF conseguiu um razoável desempenho para as estimativas quando comparado ao valor verdadeiro da parte real dos coeficientes de canal.

Para a parte imaginária também conseguiu-se um desempenho satisfatório nas estimativas da parte imaginária dos coeficientes de canal como pode ser observado na figura 6.2.

Analisou-se o desempenho dos métodos de reamostragem multinomial, estratificado e sistemática junto ao filtro de partículas empregado como estimador dos coeficientes de canal com desvanecimento. A figura 6.3 apresenta o desempenho do estimador BPF para os três tipos de reamostragens analisadas. A estimação dos coeficientes de canal foi obtida a partir da descrição dos pesos das partículas, seguindo uma distribuição estatística onde estes foram obtidos a partir de uma distribuição Rayleigh para o módulo e Uniforme para a fase dos coeficientes de



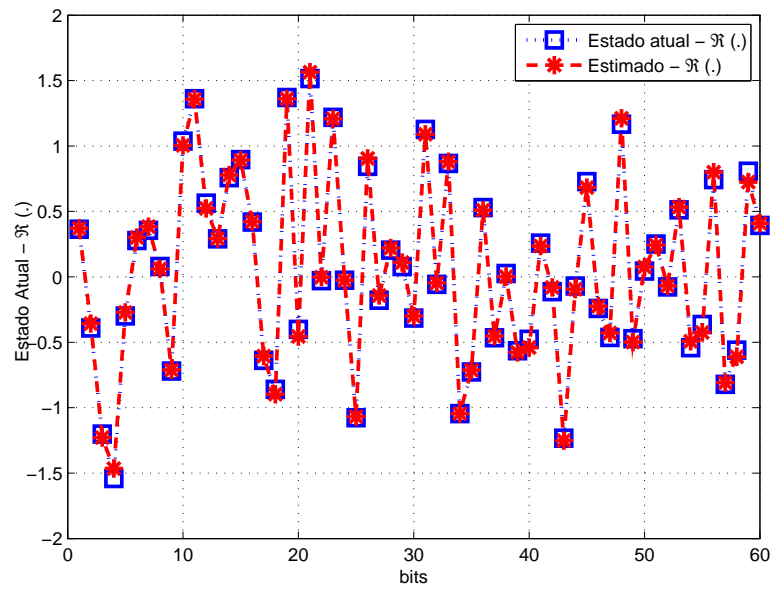


Figura 6.1: Estado atual e estimado - parte real.

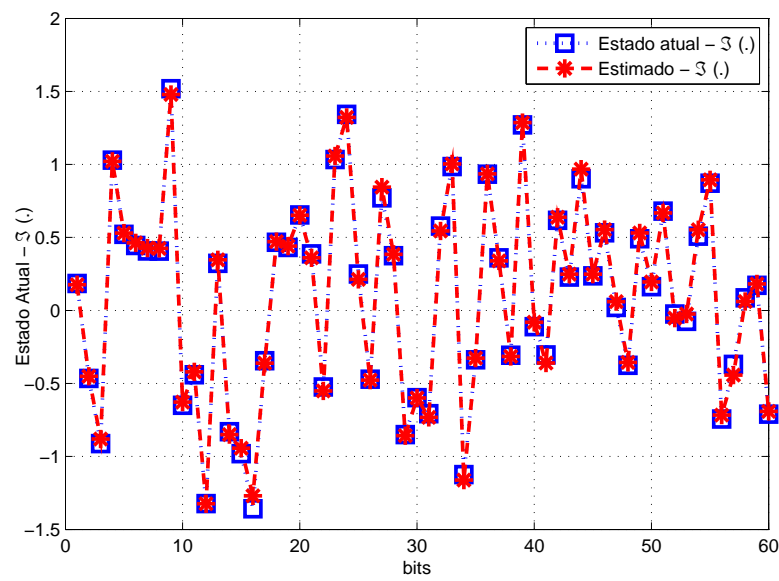
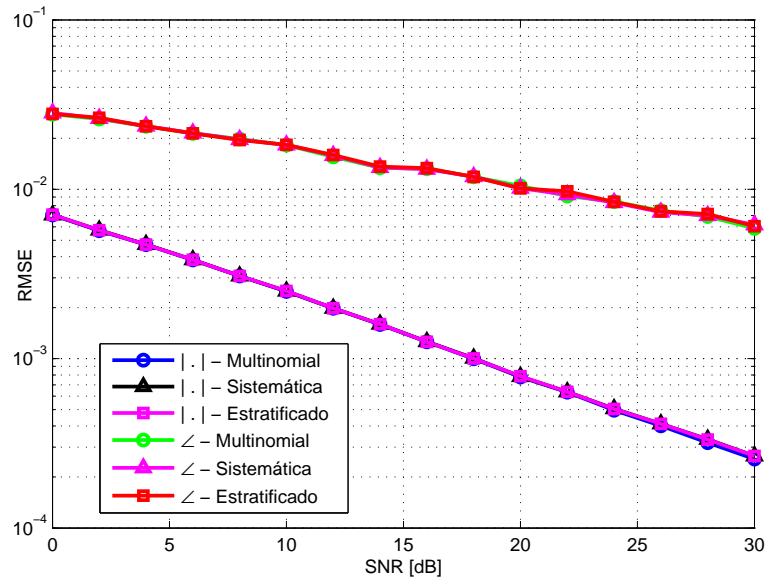


Figura 6.2: Estado atual e estimado - parte imaginária.



**Figura 6.3:** Metodologias de reamostragens analisadas com BPF.

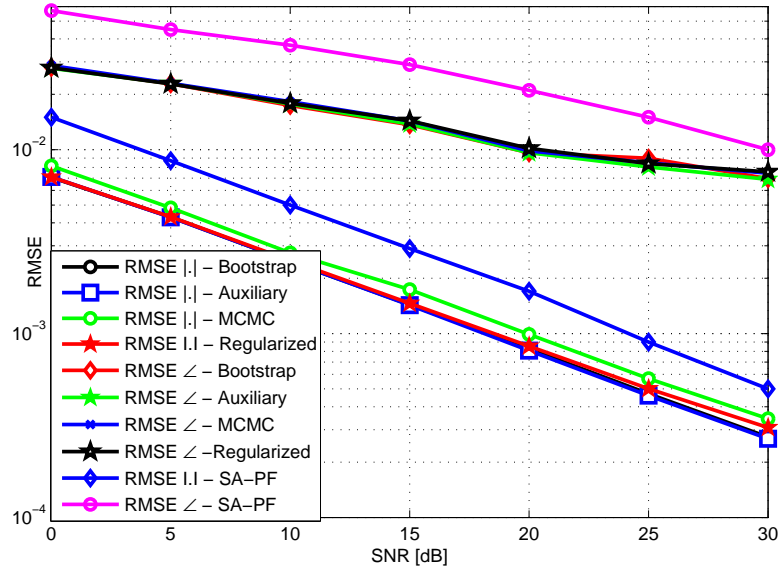
canal.

Observa-se que tanto para região de baixa SNR quanto para alta SNR o desempenho da estimação do módulo dos coeficientes de canal foi superior ao da fase. Para região de alta SNR este desempenho chegou a atingir a  $8,2 \times 10^{-3}$  enquanto a o desempenho da fase ficou em  $5 \times 10^{-2}$ . Em ambos os desempenhos analisados, fase e módulo, as três técnicas de reamostragem apresentaram praticamente o mesmo desempenho quando comparadas, sendo que apenas a técnica multinomial apresentou desempenho ligeiramente superior para alta SNR.

Finalmente, foram implementados os diversos métodos de filtragem de partículas apresentados anteriormente. A figura 6.4 mostra os resultados de desempenho para o estimador de coeficiente de canal com reamostragem multinomial.

As técnicas de filtragem BPF, APF e RPF apresentam praticamente o mesmo desempenho, tanto em relação a estimação do módulo quanto da estimação da fase dos coeficientes de canal, todavia a metodologia MCMC tem um desempenho pior quando comparada com essas metodologias. Já a metodologia SA-PF teve o pior desempenho para módulo e fase tanto em região de baixa como alta SNR, como pode ser observado na figura 6.4. Esta metodologia para atingir o mesmo desempenho das técnicas BPF, APF e RPF necessita de alguns dBs a mais.

A escolha da inclusão da técnica SA em conjunto com a metodologia bayesiana de estimação PF deu-se principalmente pelos estudos já realizados com heurística nos últimos anos na forma de Iniciação Científica, na área de telecomunicações, especificamente em detecção multiusuário para sistemas DS-CDMA [Ribeiro 2009].



**Figura 6.4:** Estimador módulo e fase - Diversas metodologias de PF.

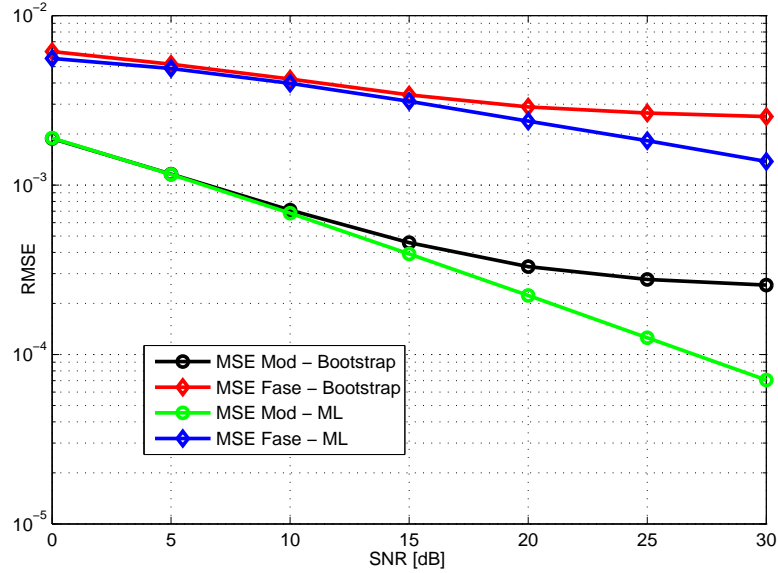
A metodologia *Simulated Annealing* procurar forçar o filtro de partículas a convergir para o ponto de otimização global, podendo assim ser empregada em conjunto com a técnica de filtragem por partículas.

Assim, também foi realizado o estudo do desempenho do estimador SA-PF para realizar a estimação dos coeficientes de canal em termos de módulo e fase. Note-se que as estimativas computadas em termos de módulo e fase dos coeficientes de canal indicaram maior sensibilidade para fase assim como registradas para as outras metodologias. Para regiões de alta SNR a diferença do desempenho do módulo dos coeficientes de canal em relação a estimação da fase foi superior a uma década.

## 6.2 Resultados de Estimação de Canal para Sistemas DS-CDMA

A figura 6.5 apresenta o desempenho dos estimadores de parâmetros de canal PF e ML para um sistema DS/CDMA uniusuário, i.e., na ausência do efeito da MAI, utilizando sequência pseudo-aleatória e  $G_p = 32$ , onde o estimador ML foi obtido através de (3.5). Pôde-se observar para o PF que a estimação do módulo dos coeficientes de canal apresentou um desempenho superior ao da estimação da fase, principalmente para a região de alta SNR, na qual a estimação do módulo teve um desempenho melhor de quase uma década em relação a fase.

Em comparação com o método ML observa-se que para regiões de alta SNR o desempenho do PF foi inferior, resultando em  $RMSE_{\text{mod}} \approx 8,4 \cdot 10^{-3}$  e  $RMSE_{\text{ph}} \approx$



**Figura 6.5:** Desempenho dos estimadores PF e ML sem efeito da MAI ( $K = 1$ ).

$8,5 \cdot 10^{-2}$ . Já para regiões de baixa e média SNR o desempenho do PF quando comparado com o método de estimação ML foi satisfatório, conseguindo obter para o módulo praticamente o mesmo desempenho do ML.

A figura 6.6 mostra os resultados obtidos para o desempenho do estimador em relação ao aumento da MAI. Foi estabelecida uma  $SNR = 30$  dB para esta simulação, ganho de processamento  $G_p = 32$  e aumentou-se o índice de carregamento para verificar o comportamento do estimador em relação a interferência de múltiplo acesso. Verificou-se que o estimador não é totalmente imune ao efeito da MAI, tendo seu desempenho degradado com o aumento do carregamento do sistema. No entanto, mesmo para um carregamento de  $\mathcal{L} = K/G_p = 0,344$ , o estimador mostrou bom desempenho em termos de RMSE, resultando em  $RMSE_{\text{mod}} \approx 1,2 \cdot 10^{-3}$  e  $RMSE_{\text{ph}} \approx 5 \cdot 10^{-3}$ .

Na Fig. 6.7 é apresentado os resultados do desempenho do *Particle Filter* em relação ao efeito *near-far*, onde foi estabelecido uma  $SNR = 10$  dB para o usuário de interesse, variando-se a SNR dos interferentes. Para esta simulação foi definido 1 usuário de interesse e 3 interferentes. Verificou-se que o desempenho do estimador M-BPF para o usuário de interesse é levemente reduzido em termos da estimação do módulo e fase à medida que o efeito NFR cresce. Porém, a diferença de desempenho RMSE entre a estimação do módulo e fase segue a mesma tendência das figuras anteriores, uma diferença de 1/2 década para toda a faixa de  $NFR \in [-10; 10]$  dB.

A figura 6.8 e figura 6.9 apresentam os resultados do desempenho do estimador

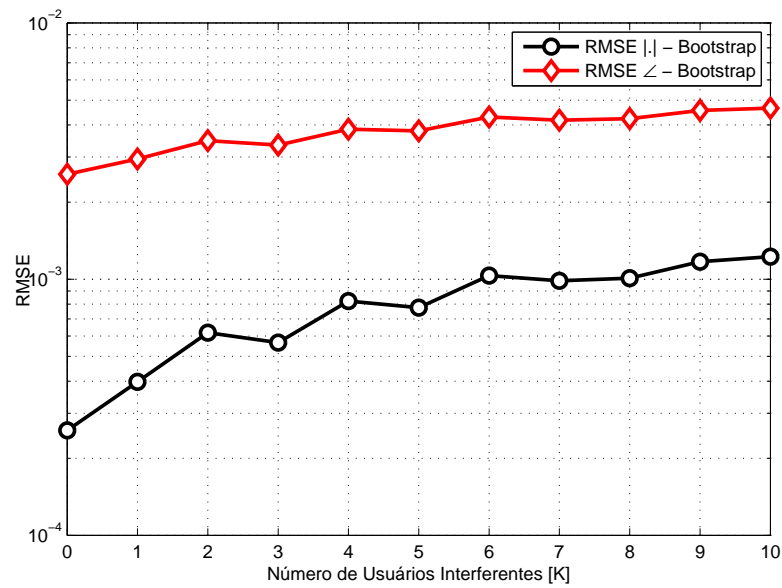


Figura 6.6: Desempenho do estimador para um aumento da MAI.

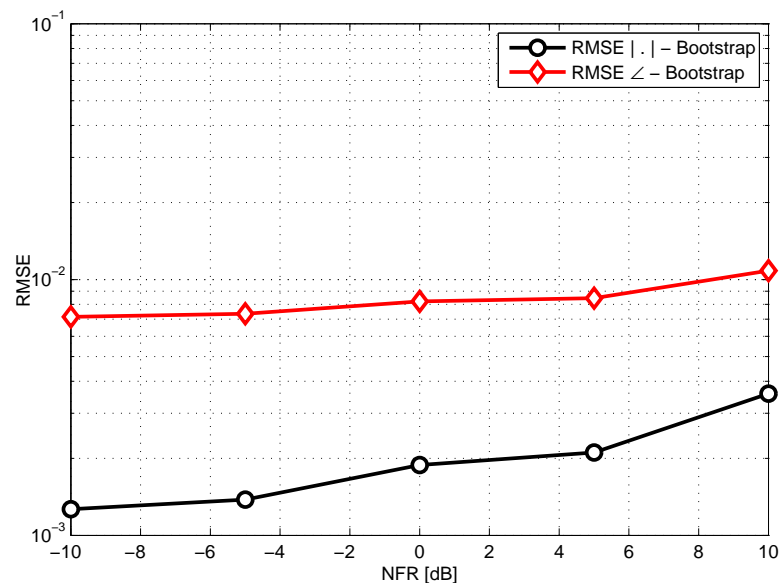
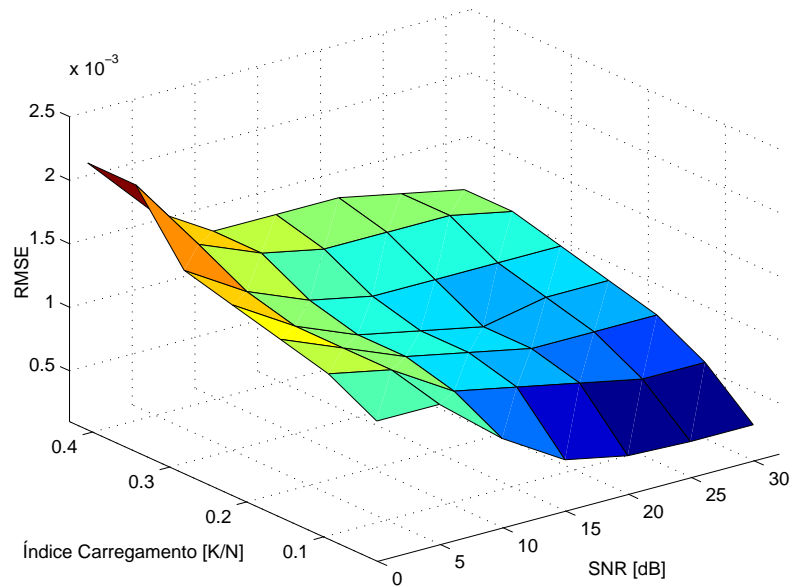
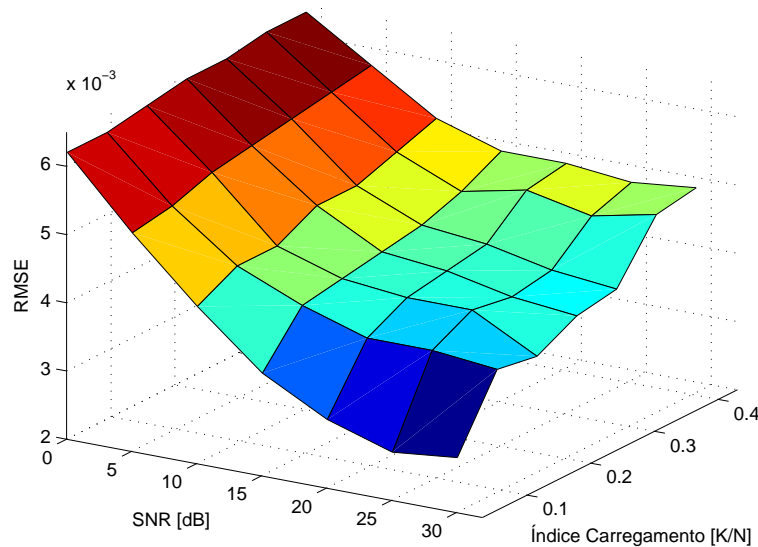


Figura 6.7: Desempenho do estimador para o efeito *near-far*.

em termos do erro quadrático médio para as estimativas dos coeficientes de canal, módulo e fase respectivamente. A degradação de desempenho RMSE é obtida em função do aumento do índice de carregamento  $\mathcal{L}$  e da redução da SNR. Novamente, observa-se que mesmo com a tendência de degradação, para a condição de pior caso analisado, i.e., faixa de carregamento de sistema de  $\approx 40\%$  e  $\text{SNR} = 0$  dB, o desempenho do estimador ainda é apreciável:  $\text{RMSE}_{\text{mod}} \approx 2,2 \cdot 10^{-3}$  e  $\text{RMSE}_{\text{ph}} \approx 6,5 \cdot 10^{-3}$ .



**Figura 6.8:** Desempenho do estimador (módulo) para variação da SNR e um aumento da MAI



**Figura 6.9:** Desempenho do estimador (fase) para variação da SNR e um aumento da MAI

## 6.3 Resultados de Estimação para Canais MIMO

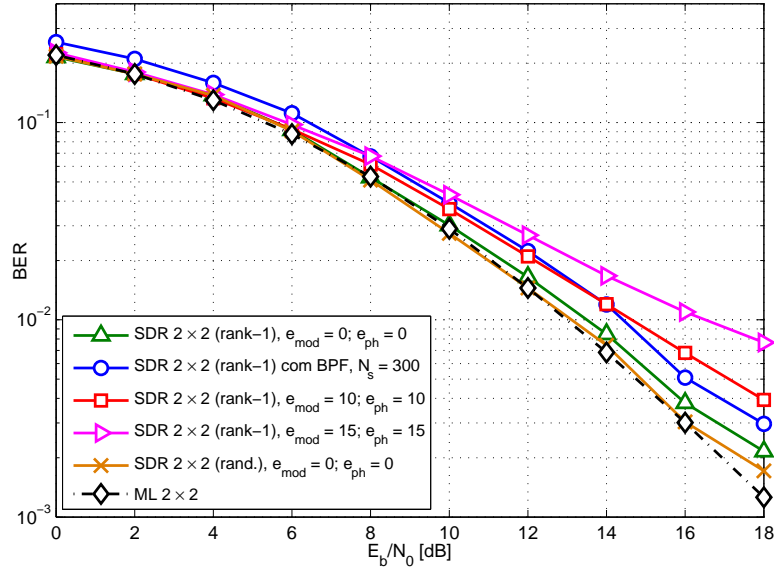
A figura 6.10 mostra o desempenho do detector SDR  $2 \times 2$  com uso da estratégia de aproximação *rank-1* e estimação dos coeficientes de canal através do BPF, com estimativas perfeitas dos parâmetros de canal (PCSI - *perfect channel state information*) e estimativas imperfeitas dos coeficientes de canal (ICSI - *imperfect channel state information*). Observa-se que o detector SDR com aproximação *rank-1* e PCSI não atinge desempenho quase-ótimo (ML), enquanto que, utilizando-se randomização com 150 amostras o desempenho atingido pelo SDR torna-se muito próximo ao do ML, conforme sugerido em [Mussi, Ribeiro e Abrao 2011]. Na região de baixa SNR (abaixo de 8dB), o desempenho do detector-estimador SDR-BPF é marginalmente inferior ao do detector SDR com ICSI com erros de 10% ou 15% em módulo e fase.

Porém, na região de média-alta SNR (acima de 14dB), o desempenho do detector-estimador SDR-BPF torna-se superior em relação ao SDR com ICSI da ordem de 12%. O ganho de diversidade do detector  $2 \times 2$  SDR com PCSI resultou em  $d \approx 1,3$ . Este mesmo ganho de diversidade foi obtido com o uso do detector-estimador  $2 \times 2$  SDR-BPF ou com SDR e ICSI na faixa de 10%, embora o SDR com ICSI na faixa de 15% de erros na estimação do módulo e fase dos coeficientes tenha resultado em uma leve redução no ganho de diversidade ( $d \approx 0,9$ ).

Estes resultados demonstram simultaneamente robustez e qualidade da detecção e estimativas dos coeficientes do algoritmo SDR-BPF quando se utiliza 2 antenas transmissoras e receptoras. Adicionalmente, analisando-se o desempenho do detector-estimador SDR-BPF em comparação com o SDR e estimativas perfeitas (PCSI), nota-se um pequeno *gap* de desempenho aproximadamente constante nas regiões de baixa, média e alta SNR, porém sem degradação na ordem de diversidade.

Incrementando-se o número de antenas, a figura 6.11 mostra o desempenho do detector SDR  $4 \times 4$  com uso da estratégia de randomização com 150 amostras e estimação dos coeficientes de canal através do BPF, PCSI e ICSI. Na região de baixa-média SNR (abaixo de 10dB), o desempenho do detector-estimador SDR-BPF é marginalmente inferior ao alcançado pelo detector SDR com estimativas perfeitas (PCSI), resultando em praticamente na mesma ordem de diversidade (*gap* aproximadamente constante para toda faixa de SNR).

Por sua vez, na região de SNR acima de 15dB, o desempenho do SDR-BPF torna-se superior ao SDR-ICSI com erros de 10% em módulo e fase, indicando



**Figura 6.10:** SDR MIMO 2x2 utilizando estratégia de aproximação rank-1 com uso do estimador BPF em comparação com estimativas perfeitas e imperfeitas dos coeficientes de canal.

que nesta região de SNR, o erro nas estimativas dos coeficientes cometido pelo algoritmo BPF é inferior a 10%.

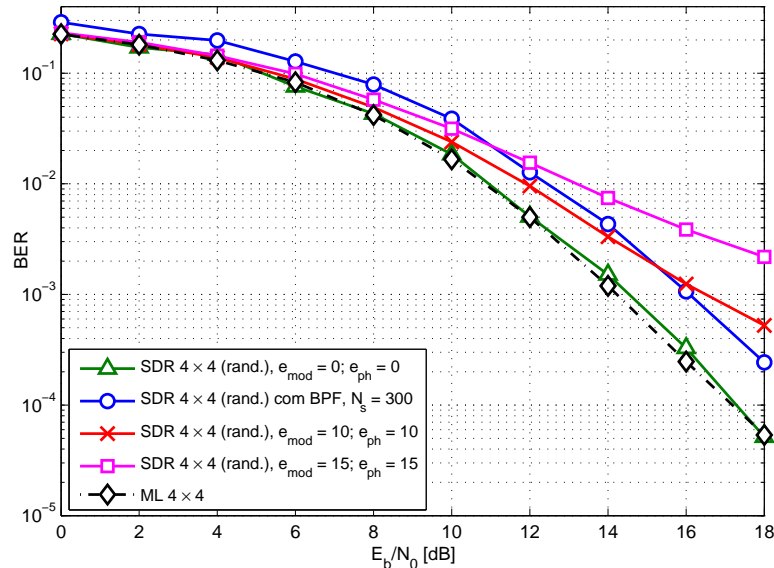
Ressalte-se mais uma vez que o uso do estimador BPF não trouxe perda da ordem de diversidade, diferentemente do desempenho SDR com erros nas estimativas do módulo e fase uniformemente distribuídos no intervalo  $\pm 10\%$  em torno do valor verdadeiro, o qual acarreta uma redução da ordem de diversidade na região de média e alta SNR (acima de 10dB). O ganho de diversidade do detector SDR com PCSI foi da ordem de  $d \approx 4$ , com o uso do estimador BPF obteve-se  $d \approx 3, 2$ . Quando há ICSI com erros de 10% em módulo e fase, o ganho de diversidade foi de  $d \approx 1, 9$  e com erros de 15% foi obtido  $d \approx 1, 2$ .

## 6.4 Resultados de Estimação de Canal para Sistemas MC-CDMA

O cenário proposto para a análise de desempenho do filtro por partículas consiste de um sistema MC-CDMA sujeito a canal Rayleigh e modulação BPSK. Inicialmente, apresenta-se o desempenho em termos de RMSE para o filtro de partículas. Para avaliar o desempenho do estimador de canal, também foi analisado o desempenho do sistema MC-CDMA em termos de taxa de erro de bit empregando-se as estimativas de canal obtidas com o uso do filtro por partículas.

A figura 6.12 e figura 6.13 apresentam o desempenho do estimador de parâmetros





**Figura 6.11:** SDR MIMO 4x4 utilizando estratégia de randomização (150 amostras) com uso do estimador BPF em comparação com estimativas perfeitas e imperfeitas dos coeficientes de canal.

de canal para um sistema MC-CDMA em termos de RMSE (para o módulo e fase), considerando 4 e 16 subportadoras. Na figura 6.12 o estimador do módulo dos coeficientes de canal teve um desempenho superior ao do estimador da fase chegando obter um RMSE de aproximadamente  $8,2 \times 10^{-3}$  para o módulo e  $8,2 \times 10^{-2}$  para fase. Já na figura 6.13 o estimador do módulo dos coeficientes de canal também manteve o desempenho superior ao do estimador da fase com um RMSE de aproximadamente  $9,1 \times 10^{-3}$  para o módulo e  $9,4 \times 10^{-2}$  para fase.

O desempenho em termos de BER do estimador de parâmetros de canal proposto em função da variação da SNR pode ser visto na Figura 6.14. O desempenho de um sistema BPSK em canal AWGN foi inserido apenas para comparação.

Observa-se na figura 6.14 que o estimador PF para uma transmissão com 4 subportadoras, tem um desempenho ligeiramente inferior quando comparado com o resultado para estimativas perfeitas. Todavia, para regiões de baixa SNR o desempenho do estimador PF aproxima-se do desempenho do estimador com estimação perfeita. Já em regiões de média e alta SNR este desempenho acaba não acompanhando, onde observa-se uma maior degradação em relação ao estimador com estimação perfeita da ordem de 1 a 2 dB para a faixa de  $E_b/N_0 \in [6; 13]$  dB.

Para o desempenho do estimador PF para uma transmissão com 16 subportadoras, observa-se que o mesmo também tem uma maior degradação quando comparado com estimativas perfeitas para faixa de  $E_B/N_0$  superior a 4 dB. Todavia, esse desempenho consegue ser superior ao obtido com 4 subportadoras

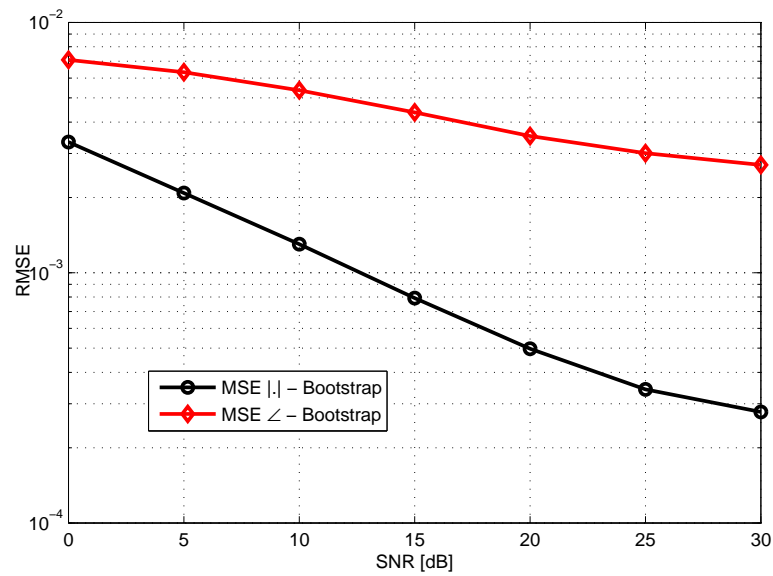


Figura 6.12: Desempenho do estimador PF (4 subportadoras) em termos de RMSE.

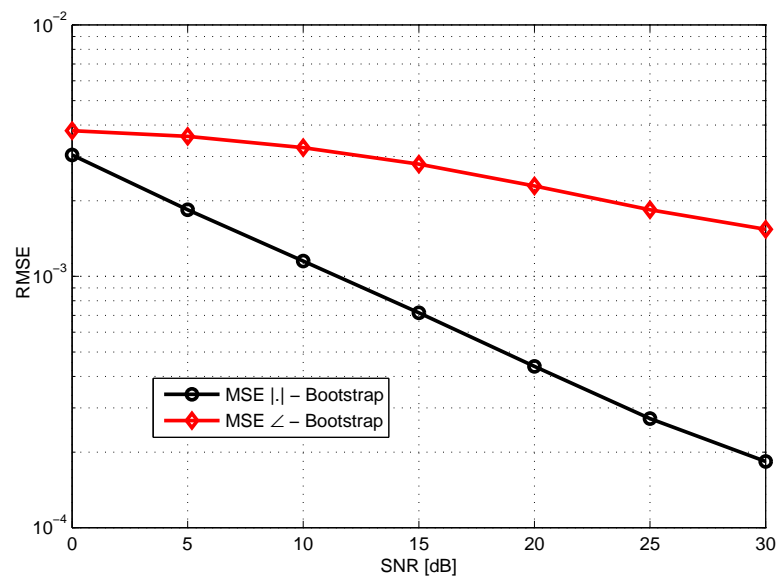
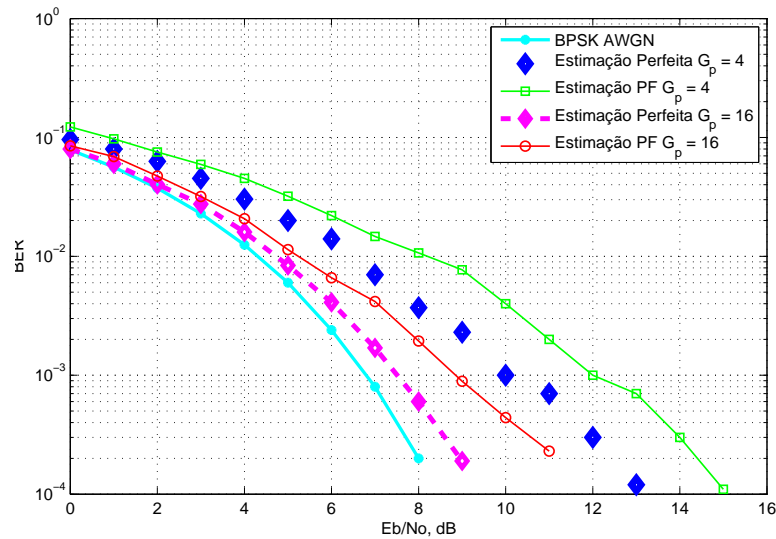


Figura 6.13: Desempenho do estimador PF (16 subportadoras) em termos de RMSE.



**Figura 6.14:** Desempenho do estimador PF (4 e 16 subportadoras).

(estimador PF e com estimativas perfeitas), observado uma menor degradação em relação ao estimador com estimação perfeita ( $G_p = 4$ ) da ordem de 1 dB ou mais para regiões de alta SNR.

## 7 Conclusões e Perspectivas

Uma abordagem bayesiana, baseada no filtro de partículas e aplicada ao problema da estimação de parâmetros de canal de comunicação está sendo proposto neste trabalho.

Foram analisados diversos métodos de reamostragem para o PF, verificando o desempenho bem como a complexidade de cada um. Foi verificado que o método de reamostragem *Multinomial* além de obter um bom desempenho comparado aos demais métodos analisados, também apresentava baixa complexidade, sendo por isso utilizado para as técnicas de filtragem de partículas estudadas.

Após, trabalhou-se com a reamostragem *Multinomial* para as metodologias de filtragem de partículas estudadas e foi possível observar que a técnica *Bootstrap* apresentou um bom desempenho nas estimações de parâmetros do canal. Além disso, esta metodologia rendeu um excelente desempenho versus complexidade em relação as demais técnicas.

Já para a estimação de parâmetros de canal em sistemas DS-CDMA baseada no *Particle Filter*, o desempenho do estimador de coeficientes de canal M-BPF foi analisado sob diversos cenários de interesse prático: quando há apenas um usuário ativo no sistema, na situação de carregamento de sistema crescente, sob o efeito perto-longe e ampla faixa de SNR. Pôde-se observar que o desempenho do estimador M-BPF não é imune ao efeito da MAI, no entanto mesmo sob a condição de elevado nível de MAI o patamar de MSE ainda é aceitável. Notou-se também que o estimador proporciona um erro menor para a estimativa em módulo do que para a estimativa da fase dos coeficientes de canal.

Com o aumento do índice de carregamento tem-se um aumento da interferência de múltiplo acesso, ocasionando uma degradação do desempenho do estimador de coeficientes de canal proposto tanto em módulo quanto em fase. Já em relação ao efeito *near-far* o estimador também não é totalmente imune, tendo seu desempenho levemente afetado quando os níveis de potência dos sinais interferentes no receptor são elevados simultaneamente de 10 dB em relação à potência

do usuário de interesse.

Em conclusão, mesmo não sendo totalmente imune à MAI, bem como quando existir disparidades de potência entre os usuários (efeito *near-far* crescente), o estimador M-BPF foi capaz de atingir bom desempenho em termos de RMSE, podendo ser empregado em detectores que exijam pequenos erros nas estimativas dos coeficientes de canal para uma ampla gama de configurações de operação do sistema.

Para canais MIMO, o estimador BPF em conjunto com o detector SDR sob canais  $2 \times 2$  e  $4 \times 4$  mostrou-se bastante promissor, resultando em erros nas estimativas dos coeficientes inferior a 10% (para o módulo e fase) nas regiões de média e alta SNR. Adicionalmente, o SDR-BPF atingiu ordem de diversidade muito próxima da ideal para ambos canais MIMO analisados.

Em complemento ao promissor desempenho obtido quando do uso do estimador BPF, sua complexidade computacional não se tornou preponderante frente ao detector SDR, uma vez que a complexidade computacional das estratégias de aproximação *rank-1* ou randomização do SDR são da ordem de  $\mathcal{O}(M^3)$ , enquanto que o estimador BPF apresenta complexidade da ordem de  $\mathcal{O}(M^2)$  quando  $M = N$ .

Já para o estimador PF aplicado ao sistema MC-CDMA observou-se que o estimador do módulo dos coeficientes de canal apresentou um desempenho superior ao da estimação da fase como já obtido anteriormente para o sistema DS-CDMA, principalmente para a região de alta SNR, na qual a estimação do módulo teve um desempenho melhor de quase uma década em relação a fase.

Com a incrementação do número de subportadoras ( $G_p = 16$ ) no sistema observa-se a melhora no desempenho do estimador PF quando comparado ao com 4 subportadoras, principalmente em regiões de média e alta SNR. Quando comparado com a estimação perfeita dos coeficientes de canal ( $G_p = 16$ ) o mesmo não acompanhou o desempenho deste, porém ainda assim teve uma degradação inferior ao estimador com estimativas perfeitas para  $G_p = 4$ .

## 7.1 **Trabalhos Futuros**

A continuidade deste trabalho pode ser dada através da expansão da análise e caracterização do PF para canais mais realistas, ou seja, canais assíncronos e/ou com desvanecimento multipercurso.

Uma outra proposta se dá na implementação prática do estimador de parâmetros do canal PF utilizando-se processador digital de sinais (DSP).

Por exemplo, utilizando-se um DSP específico como o modelo da *Texas Instruments*, família TMS320C6713 (ponto flutuante), que faz parte integrante do kit DSK6713, ou seja, uma plataforma de integração entre o DSP TMS320C6713 e diversos componentes como codificadores e decodificadores analógico para digital e digital para analógico, uma memória de 16MB e outra flash de 256 kB, 2 barramentos i2c, temporizadores como também portas de comunicação de dados.

Esta análise irá verificar se será viável/factível a implementação prática das técnicas utilizadas no trabalho quantificando quantas plataformas (incluindo a paralelização do cômputo em diversas plataformas) serão necessárias para aplicação em um cenário real.

## Anexo A – Método de Simulação Monte Carlo

Geradores mecânicos de números aleatórios foram usados primeiramente para simular jogos de azar, dando origem ao nome de Método de Monte Carlo, referindo-se a cidade de Monte Carlo.

Esse método de simulação procura através das propriedades estatísticas dos números aleatórios, utilizar técnicas de cálculos probabilísticos para a garantia de um resultado correto [Ciriaco 2004].

Embora existam muitas variações da técnica de Monte Carlo, esse método envolve basicamente a simulação de um experimento aleatório usando meios artificiais.

Jeruchim define o método de Monte Carlo como um conjunto de sequências de Bernoulli, onde são computados o número de sucessos dividido pelo número de realizações [Jeruchim, Baladan e Shanmugan 2002].

Neste trabalho, o método MCS é utilizado para a caracterização do desempenho dos sistemas considerados. O modelo empregado nas simulações estima a BER como:

$$\hat{P}_e = \frac{n_{erros}}{trials} \quad (\text{A.1})$$

onde  $n_{erros}$  representa o número de erros máximos computados para o cálculo da BER em cada ponto desejado. O cômputo do erro é feito comparando o sinal recebido com o enviado. Cada vez que um erro é detectado, o contador de erros é incrementado até atingir o valor especificado em  $n_{erros}$ . Quanto maior o valor de  $n_{erros}$ , mais confiável se torna o resultado obtido, pois aumenta-se o número necessário de  $trials$ , sendo  $trials$  o número de vezes em que os dados aleatórios são gerados de forma independente [Ciriaco 2004].

Desta maneira, a BER estimada é calculada da forma:

$$\hat{P}_e = \frac{n_{erros}}{trials} \quad (A.2)$$

A precisão das estimativas obtidas através de simulação de Monte Carlo dependerá da estimativa dos procedimentos utilizados, do tamanho das amostras, da capacidade de reproduzir valores amostrados da entrada e dos pressupostos de modelagem e aproximações, mas adotar computacionalmente  $trials \rightarrow \infty$  é inviável. Deve-se portanto utilizar um número tal de  $trials$  ou  $n_{erros}$  que conduza a um resultado dentro de um intervalo de confiança esperado.



## Apêndice A – Principais Funções e Comandos Implementados

A seguir, estão descritos as funções e comandos implementados para o processamento do estimador baseado em Filtragem por Partículas.

A primeira rotina diz respeito ao *script* principal. Este script tem por finalidade executar uma simulação MCS para a obtenção de gráficos de desempenho em termos de MSE do estimador proposto. Nessa rotina também é calculado o tempo estimado para a realização completa da simulação, deixando a cargo do usuário a decisão de realizá-la ou não.

- Script principal *Estimador\_PF\_SCRIPT.m*:

```
%=====
% Script Geral do Algoritmo Particle Filter para estimação
% dos coeficientes de canal
% Ultima atualizacao: 18/05/2011
% Rafael de Oliveira Ribeiro
%=====
% Sintaxe
% Estimador_PF_SCRIPT
%=====
% Entradas
% usuarios = numero de usuarios ativos
% N = ganho de processamento
% EbNo_dB = Energia do Sistema (dB)
```

```

%=====
% Objetivos
% - Grafico de desempenho do estimador PF
% - Complexidade computacional (tempo de simulação)
%=====

```

A segunda rotina diz respeito ao estimador proposto chamado durante o *script* principal. Esta função é inicializada com os parâmetros escolhidos pelo usuário no script `Estimador_PF_SCRIPT`, simulando um transmissor CDMA (canal AWGN + Flat) ou MIMO. Nela também são criadas as partículas iniciais que serão utilizadas na metodologia *Bootstrap Particle Filter*.

- Estimador Particle Filter proposto, *particle\_filter.m*:

```

function [h_estimado] = particle_filter(y,data,Ns)

%=====
% Inicia o Filtro de Partículas
% ----- INPUT -----
% y:   sinal recebido
% data:  informação transmitida
% Ns:   número de partículas utilizada no algoritmo
% ----- OUTPUT -----
% h_estimado: vetor contendo os valores dos coeficientes
%   de canal estimados pelo Filtro de Partículas
%=====

```

A terceira rotina diz respeito a técnica *Bootstrap* empregada na maioria das simulação dos Filtros de Partículas. Esta função é chamada durante a função *particle\_filter*.

- metodologia Bootstrap proposta, *Bootstrap.m*:

```

function [x1, x2, w1, w2] = Bootstrap(x1,x2,y,data)

```

```
%=====
% Inicia o Filtro de Partículas
% ----- INPUT -----
% y:   sinal recebido
% data:  informação transmitida
% x1:   partículas iniciais referentes a estimação
%       do módulo dos coeficientes de canal
% x2:   partículas iniciais referentes a estimação
%       da fase dos coeficientes de canal
% ----- OUTPUT -----
% x1:   partículas propagadas referentes a estimação
%       do módulo dos coeficientes de canal
% x2:   partículas propagadas referentes a estimação
%       da fase dos coeficientes de canal
% w1:   peso das partículas referentes a estimação
%       do módulo dos coeficientes de canal
% w2:   peso das partículas referentes a estimação
%       da fase dos coeficientes de canal
%=====
```

As rotinas e funções acima são as principais implementadas<sup>1</sup> para a elaboração deste trabalho.

---

<sup>1</sup>outras rotinas eram chamadas internamente

## Referências

- ABRAO, T. *Canceladores de Interferência Multiusuário Aplicados a Sistemas DS/CDMA de Múltipla Taxa*. Tese (Doutorado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo., 2001.
- ABRAO, T. *Tópicos Especiais em Comunicações Digitais*. UEL, 2005.
- AIUBE, F. A. L. *Modelagem dos Preços Futuros de Commodities: Abordagem pelo Filtro de Partículas*. Tese (Doutorado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC-RIO, Dezembro 2005.
- ANGÉLICO, B. A. *Sistemas CDMA Multiportadora*. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2005.
- BHASHYAM, S.; AAZHANG, B. Multiuser channel estimation and tracking for long code cdma systems. *IEEE Transactions on Communications*, v. 50, 2002.
- BUEHRER, R. M. *The Application of Multiuser Detection to Cellular CDMA*. [S.l.], June 1996.
- CANDY, J. V. Bootstrap particle filter. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007.
- CANDY, J. V. *Bayesian signal processing : classical, modern, and particle filtering methods*. Wiley: New Jersey, 2009.
- CHEN, S.; WU, Y. Maximum likelihood joint channel and data estimation using genetic algorithms. *IEEE Transactions Signal Processing*, v. 46, p. 1469, 1998.
- CIRIACO, F.; ABRAO, T.; JESZENSKY, P. J. E. Algoritmos heurísticos aplicados à detecção multiusuário ds/cdma. *SBrT*, p. 15, 2005.
- CIRIACO, F. D. N. *Algoritmos Heurísticos Aplicados a Detecção Multiusuário DS-CDMA*. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Estadual de Londrina - UEL: Londrina, 2004.
- CIRIACO, F. D. N.; ABRAO, T.; TOLEDO, A. F.; JESZENSKY, P. J. E. Jointly multi-user detection and channel estimation with genetic algorithm. *Wireless Communication and Mobile Computing*, 2011.
- DENT, P.; BOTTOMLEY, G. E.; CROFT, T. Modified jakes fading model. *Electronics Letters*, v. 29, p. 1162,1163, 1993.
- DJURIC, P.; KOTECHEA, J.; ZHANG, J.; HUANG, Y.; GHIRMAI, T.; BUGALLO, M.; MIGUEZ, J. Particle filter. *IEEE Signal Processing Magazine*, p. 19–38, 2003.
- ELIASON, S. R. *Maximum Likelihood Estimation: Logic and Practice*. Sage Publications, Inc: Iowa, 1993.

- FAZEL, K.; KAISER, S. *Multi-carrier and spread spectrum systems from OFDM and MC-CDMA to LTE and WiMAX*. [S.l.]: John Wiley and Sons Ltd, 2008.
- FILHO, F. F. C. *Algoritmos Numéricos*. LTC Editora: Belo Horizonte, 2007.
- FU, X.; JIA, Y. An improvement on resampling algorithm of particle filters. *IEEE Transaction on Signal Processing*, v. 58, p. 5414–5420, 2010.
- GOLDBARG, M. C.; PACCA, H.; LUNA, L. *Otimização Combinatória e Programação Linear*. Elsevier: Campus, 2005. 536 p.
- GOLUB, G. H.; LOAN, C. F. V. *Matrix Computations*. The Johns Hopkins University Press: Baltimore, 1996.
- GORDON, N.; SALMOND, D.; SMITH, A. A novel approach to nonlinear non gaussian bayesian state estimation. *IEE Proc. F.*, v. 140, p. 107–113, 1993.
- GUIMARÃES, P. J. G. *Estimativa de parâmetros de canal para DS-CDMA baseada na decomposição em subespaços*. Dissertação (Mestrado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - Departamento de Telecomunicações e Controle, 2005.
- HAN, Y.; LIANG, G. Adaptive multi-user detection based on robust particle filter in cdma system. *First International Workshop on Database Technology and Applications*, Washington, 2009.
- HAN, Y.; LIANG, G. Adaptive multi-user detection based on robust particle filter in cdma system. In: *Database Technology and Applications, 2009 First International Workshop on DOI - 10.1109/DBTA.2009.135*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 390–393.
- HARA, S.; PRASAD, S. Overview of multicarrier cdma. *IEEE Comm. Magazine*, p. 126–133, 1997.
- HELMBERG, C.; RENDL, F.; VANDERBEI, R. J.; WOLKOWICZ, H. *An Interior-Point Method for Semidefinite Programming*. 2005.
- HU, B.; LAND, I.; PITON, R.; FLEURY, B. H. A bayesian framework for iterative channel estimation and multiuser decoding in coded ds-cdma. In: *Washington*. Global Telecommunications Conference GLOBECOM 07 IEEE: November, 2007.
- IMTIAZ, S. A.; ROY, K.; HUANG, B.; SHAH, S. L.; JAMPANA, P. *Estimation of States of Nonlinear Systems using a Particle Filter*. [S.l.], 2004.
- JAKES, E. W. C. *Microwave Mobile Communications*. [S.l.], 1974.
- JALDÉN, J. *Maximum Likelihood Detection for the Linear MIMO Channel*. Tese (Doutorado) — Royal Institute of Technology, 2004.
- JALDEN, J.; OTTERSTEN, B. The diversity order of the semidefinite relaxation detector. *IEEE Trans. Information Theory*, v. 54, n. 4, p. 1406–1422, 2008. ISSN 0018-9448.

- JALDEN, J.; OTTERSTEN, B.; MA, W.-K. Reducing the average complexity of ml detection using semidefinite relaxation. In: *ICASSP'05 - IEEE Intern. Conf. Acoustics Speech and Signal Processing*. [S.l.: s.n.], 2005. v. 3, p. 1021–1024. ISSN 1520-6149.
- JERUCHIM, M. C.; BALADAN, P.; SHANMUGAN, K. S. *Simulation of Communication Systems*. Kluwer Academic Publishers: New York, 2002.
- KAISER, S. *Multi-Carrier CDMA Mobile Radio Systems Analysis and Optimization of Detection, Decoding, and Channel Estimation*. Tese (Doutorado) — Institute of Communications and Navigation, January 1998.
- KIRKPATRIC, S.; GELATT, C. D.; VECCHI, M. P. Optimization by simulated annealing. *Science*, 1983.
- KISIALIOU, M.; LUO, Z.-Q. Performance analysis of quasi-maximum-likelihood detector based on semi-definite programming. In: *ICASSP'05. IEEE International Conference on Signal Processing*: March, 2005. v. 3, p. 433 – 436. ISSN 1520-6149.
- LEE, J. S.; MILLER, L. E. *CDMA Systems Engineering Handbook*. Artech House Publishers: Norwood, 1998.
- LINZHOU, X.; XIN-HUA, Z.; SHAO-QING, Y.; WEN-TAO., F. An efficient particle filter with variable number of particles for bearings-only tracking. *Signal Processing (ICSP)*, p. 2395 – 2398, 2010.
- LUO, Z. quan; MA, W. kin; SO, A.-C.; YE, Y.; ZHANG, S. Semidefinite relaxation of quadratic optimization problems. *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 27, n. 3, p. 20 –34, 2010. ISSN 1053-5888.
- MA, W.-K.; DAVIDSON, T.; WONG, K. M.; LUO, Z.-Q.; CHING, P.-C. Quasi-maximum-likelihood multiuser detection using semi-definite relaxation with application to synchronous cdma. *IEEE Trans. Signal Processing*, v. 50, n. 4, p. 912–922, 2002. ISSN 1053-587X.
- MA, W.-K.; SU, C.-C.; JALDEN, J.; CHANG, T.-H.; CHI, C.-Y. The equivalence of semidefinite relaxation mimo detectors for higher-order qam. *IEEE Journal Selected Topics in Signal Processing*, v. 3, n. 6, p. 1038–1052, 2009. ISSN 1932-4553.
- MA W. K. ; CHING, P. C.; DING, Z. Semidefinite relaxation based multiuser detection for m-ary psk multiuser systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 52, p. 10, 2004.
- MAO, Z.; WANG, X.; WANG, X. Qam-mimo signal detection using semidefinite programming relaxation. In: *Washington. IEEE GLOBECOM '07*: November, 2007. p. 4232–4236.
- MUSSI, A. M. *Detecção de Sinais por Relaxação Semidefinida em Canais MIMO*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Londrina - Departamento de Engenharia Elétrica, 2012.
- MUSSI, A. M.; RIBEIRO, R. O.; ABRAO, T. Detector por relaxação semidefinida com estimador de coeficientes de canal por filtragem de partículas. *XXIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBrT*, 2011.

- OON, T.-B.; STEELE, R. Maximum likelihood channel estimation of flat rayleigh multi-user cdma channels. In: *IEEE. CDMA Techniques and Applications for Third Generation Mobile Systems*: may, 1997.
- PETRI, K. *Channel Estimation Methods for CDMA*. Otakaari 5A, 02015 Espoo, Finland, October 1997.
- POOR, H. V. *On parameter estimation in ds/ssma formats*. Springer: Verlag, 1988.
- PROAKIS, J. *Digital Communications*. 4. ed. [S.l.]: McGraw-Hill Science, 2000. 1024 p.
- RIBEIRO, R. O. *Aplicabilidade de Heurísticas na Otimização de Problemas Combinatórios em Telecomunicações*. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Estadual de Londrina - UEL: Londrina, 2009.
- RIBEIRO, R. O.; ABRAO, T. Estimadores de canal bayesiano para sistemas de comunicação mimo e de múltiplo acesso uni- e multi-portadoras - desempenho e complexidade. (*Aceito para publicação*) *Semina Exatas e Tecnológica*, p. 5, Fevereiro 2012.
- RIBEIRO, R. O.; MUSSI, A. M.; ABRAO, T. Bayesian estimator by particle filtering. *SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference - IMOC*, p. Natal, 2011.
- SANTOS, F. C. A. Introdução ao filtro de partículas. *Probabilistic Methods in Robotics and Vision. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo*, 2009.
- SHARIAT, M. H.; BIGUESH, M.; GAZOR, S. Improvement of mimo channel estimation using signal space of communication data. 2010.
- SKLAR, B. *Digital Communications: Fundamentals and Applications*. Prentice Hall: Los Angeles, 1988.
- SKLAR, B. Rayleigh fading channels in mobile digital communication systems part i: Characterization. 1997.
- SKLAR, B. Rayleigh fading channels in mobile digital communication systems part ii: Mitigation. 1997.
- SO, A.-C. On the performance of semidefinite relaxation mimo detectors for qam constellations. In: *Taipei. ICASSP'09*: april, 2009. p. 2449–2452. ISSN 1520-6149.
- TAN, P. H.; RASMUSSEN, L. The application of semidefinite programming for detection in cdma. *IEEE Journal Selected Areas in Communications*, v. 19, n. 8, p. 1442–1449, 2001. ISSN 0733-8716.
- VERDÚ, S. Multiuser detection. *Cambridge University Press*, New York, 1998.
- WANG, W.; ZHU, Q.; XU, X. Rayleigh channel estimation based on particle filter with simulated annealing algorithm. *Wuhan University Journal of Natural Sciences*, 2009.

---

WIESEL, A.; ELDAR, Y.; SHITZ, S. Semidefinite relaxation for detection of 16-qam signaling in mimo channels. *IEEE Signal Processing Letters*, v. 12, n. 9, p. 653–656, 2005. ISSN 1070-9908.