



Centro de Tecnologia e Urbanismo  
Departamento de Engenharia Elétrica

**Alex Miyamoto Mussi**

# **Detecção de Sinais por Relaxação Semidefinida em Canais MIMO**

Dissertação apresentada ao Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica  
da Universidade Estadual de Londrina  
para obtenção do Título de Mestre em  
Engenharia Elétrica.

Londrina, PR  
Março de 2012



Alex Miyamoto Mussi

# Detecção de Sinais por Relaxação Semidefinida em Canais MIMO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Londrina para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Sistemas Eletrônicos  
Especialidade: Sistemas de Telecomunicações

Orientador:  
Prof. Dr. Taufik Abrão

Londrina, PR  
Março de 2012

## Ficha Catalográfica

Mussi, Alex Miyamoto

Detecção de Sinais por Relaxação Semidefinida em Canais MIMO.  
Londrina, PR, Março de 2012. 74 p.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de  
Londrina, PR. Departamento de Engenharia Elétrica

1. Sistemas de Telecomunicações. 2. Sistemas de  
Múltiplas Antenas. 3. Relaxação Semidefinida (SDR) I.  
Universidade Estadual de Londrina. Departamento de En-  
genharia Elétrica. Departamento de Engenharia Elétrica  
. II. Análise da Detecção de Sinais por Relaxação Semidefinida  
em Canais MIMO.

Alex Miyamoto Mussi

# Detecção de Sinais por Relaxação Semidefinida em Canais MIMO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Londrina para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Sistemas Eletrônicos  
Especialidade: Sistemas de Telecomunicações

## Comissão Examinadora

---

Prof. Dr. Taufik Abrão  
Depto. de Engenharia Elétrica  
Orientador

---

Prof. Dr. Paul Jean E. Jeszensky  
Depto. Engenharia de Telecomunicações e Controle  
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
EPUSP, São Paulo, SP

---

Prof. Dr. Bruno Augusto Angélico  
Depto. de Engenharia Elétrica  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Campus Cornélio Procópio, PR

11 de abril de 2012

“Grandes realizações não são feitas por impulso,  
mas por uma soma de pequenas realizações.”

Vincent Van Gogh

# Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Taufik Abrão, pela compreensão, apoio, dedicação, capacidade de orientação e pela generosidade em compartilhar seus conhecimentos.

Aos meus pais, Jorge Ribeiro Mussi e Nair Miyamoto Mussi, pelo esforço e apoio incondicional que me ajudaram a chegar até aqui.

Aos meus avôs, Titoshi Miyamoto e Romeu Mussi, e avós, Hanako Miyamoto e Eni Ribeiro Mussi, pelo exemplo de vida que foram, aos quais dedico este trabalho com a mais profunda admiração, respeito e gratidão.

E aos meus colegas de curso, principalmente, aos meus amigos Rafael de Oliveira Ribeiro e Yuri Mostagi, que de alguma forma, contribuíram para o avanço deste trabalho.

# Resumo

Técnicas de comunicação baseadas em múltiplas antenas transmissoras e receptoras (MIMO - *multiple input multiple output*) têm sido cada vez mais exploradas tendo em vista a obtenção de sistemas de comunicação de alta capacidade e vazão, face ao cenário de escassez crescente de espectro. Neste contexto, encontra-se a detecção de sinais por relaxação semidefinida (SDR - *semidefinite relaxation*). Dado a proibitiva complexidade (exponencial) do detector ótimo de máxima-verossimilhança (ML - *maximum likelihood*), a estratégia de detecção sub-ótima SDR torna-se bastante promissora, principalmente quando a ordem de modulação e/ou o número de antenas transmissoras e receptoras crescem, devido ao desempenho muito próximo ao alcançado pelo detector ótimo ML, porém, realizada em tempo polinomial. Inicialmente, este trabalho analisa o desempenho do detector SDR em canais MIMO face aos erros nas estimativas dos coeficientes de canal, avalia a melhoria de desempenho quando do uso da técnica de seleção de antenas, bem como também propõe combinar, de forma inédita, o uso da técnica heurística por busca local à técnica de otimização por relaxação semidefinida. Em uma segunda etapa, este trabalho propõe uma nova estratégia híbrida de detecção, a qual combina a técnica de redução treliça (LR - *lattice reduction*) no estágio de pré-deteção ao uso do detector SDR na detecção de sinais MIMO. Este detector MIMO híbrido denominado LR-SDR, torna-se promissor especialmente para configurações com elevadas ordens de modulação QAM (*quadrature amplitude modulation*) e número de antenas. Uma extensa análise de desempenho e complexidade para o detector híbrido LR-SDR sob canais MIMO é desenvolvida, comprovando sua superioridade em termos do compromisso complexidade-desempenho sobre o detector SDR clássico, especialmente para cenários de elevada ordem de modulação, grande número de antenas Tx-Rx e erros nas estimativas de canal.

# Abstract

Communication techniques based on multiple-input multiple-output (MIMO) channels have been increasingly exploited aiming to obtain communication systems with high capacity and throughput, against the increasing scarcity of spectrum. In this context, the signal detection via semidefinite relaxation (SDR) can be found in the literature. Given the prohibitive complexity (exponential) of the optimal maximum-likelihood (ML) detector when the order of modulation and the number of transmitting and receiving antennas are incremented, the sub-optimal SDR detection strategy is very promising due to its very near-optimal ML performance combined with polynomial time complexity. Initially, this work analyzes the performance of the SDR detector under MIMO channels, considering its robustness to imperfect channel coefficients estimation, the performance increasing when the antenna selection technique is deployed, but also investigates for the first time the use of local search heuristic combined to semidefinite relaxation technique. In a second step, this work proposes a new hybrid strategy for detection, which combines the lattice reduction (LR) technique in the pre-detection stage with the use of the SDR detector for the MIMO signal detection. This hybrid MIMO detector, namely LR-SDR, becomes particularly promising for configurations with high order modulation formats and number of antennas. An extensive performance-complexity analysis for the hybrid LR-SDR MIMO detector is carried out, with clear demonstration of its superiority in terms of performance-complexity trade-off, specially for system configuration with high order modulation, number of Tx-Rx antennas and channel error estimates.



# Sumário

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Abreviaturas

Convenções e Lista de Símbolos

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Descrição do Conteúdo . . . . .	5
1.2	Publicações Associadas . . . . .	6
1.2.1	Publicações Diretamente Relacionadas ao Tema . . . . .	6
1.2.2	Publicações Indiretamente Relacionadas ao Tema . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Modelo de Sistema</b>	<b>9</b>
2.1	Canais MIMO Sub e Sobre-determinados . . . . .	12
2.2	Seleção de Antenas (AS) . . . . .	12
2.3	Estimativas Imperfeitas dos Coeficientes de Canal . . . . .	14
2.3.1	Distribuição Uniforme para os Erros de Estimativa de Canal	14
2.3.2	Distribuição Gaussiana para os Erros de Estimativa de Canal	15
2.3.3	Estimador por Filtro de Partículas . . . . .	15
2.4	Redução Treliça (LR) . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Detectores MIMO</b>	<b>20</b>
3.1	Detector ML-MIMO . . . . .	20
3.2	Detector V-BLAST . . . . .	21

3.3	Detector por Relaxação Semidefinida (SDR) . . . . .	22
3.3.1	SDR para Modulação de Baixa Ordem . . . . .	24
3.3.2	SDR para Modulação de Alta Ordem . . . . .	25
3.3.3	Aproximação $rank-1$ . . . . .	26
3.3.4	Randomização Uniforme . . . . .	27
3.3.5	Randomização Gaussiana . . . . .	28
3.3.6	Busca Local (LS) . . . . .	28
3.4	Detecção SDR-MIMO Auxiliada por Redução Treliça (LR-SDR-MIMO) . . . . .	30
<b>4</b>	<b>Resultados de Simulação</b>	<b>36</b>
4.1	Convergência dos Algoritmos . . . . .	37
4.1.1	SDR (randomização) . . . . .	37
4.1.2	SDR- $k$ -LS . . . . .	37
4.2	Robustez a ICSI com Erros Aleatórios Agregados . . . . .	41
4.3	Seleção de Antenas (AS) . . . . .	43
4.3.1	Seleção de Antenas em Sistemas Sub- e Sobre- Determinados	44
4.4	SDR com Estimador BPF . . . . .	45
4.5	Desempenho do Detector SDR e SDR- $k$ -LS . . . . .	47
4.6	Desempenho do Detector SDR Auxiliado por Redução Treliça (LR-SDR) . . . . .	50
4.7	Desempenho do Detector LR-SDR com ICSI . . . . .	53
<b>5</b>	<b>Análise de Complexidade</b>	<b>56</b>
5.1	Aproximação $rank-1 \times$ Randomização $\times$ Busca Local . . . . .	57
5.2	SDR $\times$ SDR-BPF . . . . .	59
5.3	SDR $\times$ LR-SDR . . . . .	60
<b>6</b>	<b>Conclusões</b>	<b>62</b>
6.1	Trabalhos Futuros . . . . .	64

Apêndice A - Definições Básicas	65
Apêndice B - Principais rotinas utilizadas	66
Referências	69

# Lista de Figuras

2.1	Esquema básico MIMO com $M$ antenas transmissoras e $N$ antenas receptoras adotado neste trabalho. . . . .	9
2.2	Esquema simplificado de canal MIMO. . . . .	12
2.3	Esquema simplificado de seleção de antenas no transmissor abordado neste trabalho. . . . .	13
2.4	Esquema simplificado de seleção de antenas no receptor abordado neste trabalho. . . . .	13
2.5	Exemplo de uma iteração da técnica de filtro de partículas (MERWE et al., 2000). . . . .	17
2.6	Exemplo do uso da técnica de redução treliça com uma base $\mathbf{V} = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2)$ da treliça para uma base reduzida $\mathbf{U} = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2)$ . . . . .	18
3.1	Diagrama simplificado do sistema MIMO enfatizado o processo da solução aproximada SDR e seu mapeamento para a solução do problema detecção MIMO real. . . . .	26
3.2	Diagrama simplificado do funcionamento do algoritmo heurístico 1-opt LS. . . . .	29
3.3	Diagrama simplificado do sistema MIMO com detector SDR auxiliado por LR. . . . .	35
4.1	Estudo do números de iterações necessárias para a convergência do algoritmo de randomização aplicado ao detector SDR; $SNR_{dB} = 14dB$ e PCSI. . . . .	38
4.2	Estudo do números de iterações necessárias para a convergência do SDR- $k$ -LS $5 \times 5$ para diferentes ordens $k$ ; $SNR = 14dB$ e PCSI. . . . .	39
4.3	Estudo do números de iterações necessárias para a convergência do SDR- $k$ -LS $10 \times 10$ para diferentes ordens $k$ ; $SNR = 14dB$ e PCSI. . . . .	40
4.4	Estudo do números de iterações necessárias para a convergência do SDR- $k$ -LS $15 \times 15$ para diferentes ordens $k$ ; $SNR = 14dB$ e PCSI. . . . .	40

4.5	Estudo do números de iterações necessárias para a convergência do SDR- $k$ -LS $20 \times 20$ para diferentes ordens $k$ ; SNR = 14dB e PCSI.	41
4.6	SDR $5 \times 5$ utilizando aproximação $rank-1$ com ICSI através de erros uniformes.	42
4.7	SDR $5 \times 5$ utilizando aproximação $rank-1$ com ICSI através de erros gaussianos.	42
4.8	SDR $10 \times 10$ utilizando aproximação $rank-1$ com ICSI.	43
4.9	SDR $5 \times 5$ utilizando aproximação $rank-1$ entre diferentes ordens na seleção de antenas no transmissor.	44
4.10	SDR $5 \times 5$ utilizando aproximação $rank-1$ entre diferentes ordens na seleção de antenas no receptor.	44
4.11	SDR em canal sub-determinado $4 \times 2$ utilizando aproximação $rank-1$ .	45
4.12	SDR em canal MIMO sobre-determinado $5 \times 10$ utilizando aproximação $rank-1$ .	45
4.13	SDR $2 \times 2$ utilizando estratégia de aproximação $rank-1$ com uso do estimador BPF em comparação com PCSI e ICSI.	46
4.14	SDR $4 \times 4$ utilizando estratégia de randomização (150 amostras) com uso do estimador BPF em comparação com PCSI e ICSI.	47
4.15	Comparação entre as estratégias de detecção SDR $5 \times 5$ , ML e V-BLAST.	48
4.16	Comparação entre as estratégias de detecção SDR $10 \times 10$ , ML e V-BLAST.	49
4.17	Comparação entre as estratégias de detecção SDR $20 \times 20$ e V-BLAST.	50
4.18	Detector SDR $40 \times 40$ implementado e resultados publicados recentemente na literatura.	51
4.19	Desempenho SER para os detectores SDR e LR-SDR com modulação 16-QAM.	51
4.20	Desempenho SER para os detectores SDR e LR-SDR com modulação 64-QAM.	52
4.21	Desempenho SER para os detectores SDR e LR-SDR com modulação 256-QAM.	53

4.22	Desempenho SER para os detectores SDR e LR-SDR sob ICSI com modulação 16-QAM. . . . .	54
4.23	Desempenho SER para os detectores SDR e LR-SDR sob ICSI com modulação 64-QAM. . . . .	55
4.24	Desempenho SER para os detectores SDR e LR-SDR sob ICSI com modulação 256-QAM. . . . .	55
5.1	Comparação de complexidade entre as estratégias de aproximação utilizadas em conjunto com o detector SDR considerando 1 iteração do algoritmo $k$ -opt LS. . . . .	58
5.2	Comparação de complexidade entre as estratégias de aproximação utilizadas em conjunto com o detector SDR considerando 3 iterações do algoritmo $k$ -opt LS. . . . .	59
5.3	Complexidade em termos de operações reais para os algoritmos de detecção MIMO SDR e LR-SDR proposto considerando $S_g = 300$ randomizações. . . . .	61

# Lista de Tabelas

5.1	Complexidade para as aproximações empregadas no SDR . . . . .	58
5.2	Complexidade do estimador BPF . . . . .	60
5.3	Complexidade do detector-estimador SDR-BPF . . . . .	60
5.4	Complexidade dos detectores MIMO SDR e LR-SDR. Assume-se $M = N$ antenas. . . . .	60

# Lista de Abreviaturas

**AS** Antenna Selection

**BC-SDR** Bound Coinstrained-Semidefinite Relaxation

**BER** Bit Error Rate

**BPF** Bootstrap Particle Filtering

**BPSK** Binary Phase-Shift Keying

**CDMA** Code Division Multiple Access

**CLLL** Complex Lenstra-Lenstra-Lovász

**DS/CDMA** Direct Sequence/Code Division Multiple Access

**ICSI** Imperfect Channel State Information

**IP** Interior-Point

**LLL** Lenstra-Lenstra-Lovász

**LR** Lattice Reduction

**LR-MMSE-SIC** Lattice Reduction - Minimum Mean Square Error - Successive  
Interference Cancellation

**LR-SDR** Lattice Reduction - Semidefinite Relaxation

**LS** Local Search

**MCS** Monte Carlo Simulation

**MC-CDMA** Multi-Carrier Code Division Multiple Access

**MIMO** Multiple-Input Multiple-Output

**ML** Maximum Likelihood

**MMSE** Minimum Mean Square Error

**MSE** Mean Squared Error



**NLOS** Non-Line-Of-Sight Propagation

**OSTBC** Orthogonal Space-Time Block Code

**PCSI** Perfect Channel State Information

**pdf** probability density function

**PF** Particle Filtering

**QAM** Quadrature Amplitude Modulation

**QoS** Quality of Service

**QO-STBC** Quasi-Orthogonal Space-Time Block Code

**QPSK** Quadrature Phase Shift Keying

**SD** Sphere Decoding

**SDP** Semidefinite Programming

**SDR** Semidefinite Relaxation

**SDR- $k$ -LS** Semidefinite Relaxation with Local Search of order  $k$

**SER** Symbol Error Rate

**SIC** Successive Interference Cancellation

**SISO** Single-Input Single-Output

**SM** Spatial Modulation

**SNR** Signal-to-Noise Ratio

**STBC** Space-Time Block Coding

**V-BLAST** Vertical Bell Laboratories Layered Space-Time

**ZF** Zero Forcing

# Convenções e Lista de Símbolos

Na notação das fórmulas, as seguintes convenções foram utilizadas:

- letras maiúsculas em negrito são matrizes, exemplo:  $\mathbf{H}, \mathbf{C}$ ;
- letras minúsculas em negrito são vetores, exemplo:  $\mathbf{y}, \mathbf{b}$ ;
- $P_e(\cdot)$  representa a probabilidade de erro;
- $[\text{sort}(\mathbf{a})]_1^k$  representa a ordenação decrescente de um vetor  $\mathbf{a}$  compondo um vetor ordenado de dimensão  $k \times 1$ .

Os seguintes símbolos serão utilizados:

---

símbolo	descrição
$\mathbf{y}$	Vetor de sinais recebidos pelas antenas receptoras
$\mathbf{H}$	Matriz composta pelos coeficientes de canal
$\mathbf{L}$	Matriz composta por: $\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^T \mathbf{H} & -\mathbf{H}^T \mathbf{y} \\ -\mathbf{y}^T \mathbf{H} & 0 \end{bmatrix}$ ; utilizado na detecção SDR.
$\mathbf{H}'$	Matriz composta pelos coeficientes de canal com erros uniformes agregados
$\mathbf{H}''$	Matriz composta pelos coeficientes de canal com erros Gaussianos agregados
$\mathbf{s}$	Vetor dos símbolos transmitidos pelas antenas transmissoras
$\mathbf{x}$	Vetor composto por: $\mathbf{x} = [\mathbf{s}^T \ 1]^T$ ; utilizado na detecção SDR
$\mathbf{X}$	Matriz composta por $\mathbf{X} = \mathbf{x}\mathbf{x}^T$ ; utilizado na detecção SDR
$\mathbf{T}$	Matriz unimodular proveniente do algoritmo LLL
$\mathbf{z}$	Vetor de símbolos de base reduzida; $\mathbf{z} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{s}$
$\tilde{\mathbf{H}}$	Matriz composta pelos coeficientes de canal de base reduzida; $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H}\mathbf{T}$
$\mathbf{J}$	Matriz composta por: $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}^T \tilde{\mathbf{H}} & -\tilde{\mathbf{H}}^T \mathbf{y} \\ -\mathbf{y}^T \tilde{\mathbf{H}} & 0 \end{bmatrix}$ ; utilizado na detecção LR-SDR.

*continua...*

símbolo	descrição
$\mathbf{w}$	Vetor composto por: $\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}^T & 1 \end{bmatrix}^T$ ; utilizado na detecção LR-SDR
$\mathbf{W}$	Matriz composta por $\mathbf{W} = \mathbf{w}\mathbf{w}^T$ ; utilizado na detecção LR-SDR
$\mathbb{E}$	Representa a energia do ruído aditivo branco Gaussiano complexo
$\eta$	Representa o ruído aditivo branco Gaussiano complexo com média zero e amostras independentes
$N_0$	Representa a variância do ruído aditivo branco Gaussiano complexo
$E_s$	Representa a energia média dos símbolos transmitidos
$M$	Número de antenas transmissoras
$N$	Número de antenas receptoras
$\gamma$	Representa a SNR média por antena receptora
$d$	Ordem de diversidade
$\beta$	Módulo de uma distribuição estatística de Rayleigh
$\phi$	Fase de uma distribuição estatística de Rayleigh
$T_s$	Tempo de símbolo
$\alpha$	Fator de seletividade de antenas transmissoras
$\mu$	Fator de seletividade de antenas receptoras
$e_{\text{mod}}^{\%}$	Erros percentuais no módulo dos coeficientes de canal
$e_{\text{ph}}^{\%}$	Erros percentuais na fase dos coeficientes de canal
$\sigma_{\text{mod}}^2$	Variância de erro no módulo dos coeficientes de canal
$\sigma_{\text{ph}}^2$	Variância de erro na fase dos coeficientes de canal
$\lambda$	Autovalores de uma matriz
$\mathbf{q}$	Autovetores de uma matriz
$\vartheta$	Vetor-candidato do algoritmo LS
$\mathcal{F}$	Função-custo do algoritmo LS
$Q$	Número total de vetores-candidatos
$k$	Ordem do algoritmo LS
$\mathbf{U}$	Matriz solução de uma fatoração de Cholesky
$I_L$	Valor quadrático do símbolo de menor valor dentro da constelação
$S_L$	Valor quadrático do símbolo de maior valor dentro da constelação
$\mathbf{I}$	Matriz-identidade
$\mathbf{e}$	Vetor unitário

*continua. . .*

---

símbolo	descrição
---------	-----------

---

$\mathcal{A}$	Contém os valores dos símbolos da constelação QAM
---------------	---

---

# 1 Introdução

Comunicações digitais são a base de toda uma nova concepção de comunicação eletrônica multimídia, sendo capaz de proporcionar integração de voz, dados e vídeo em um único canal de comunicação sem fio; esta geração de sistemas também exige cada vez mais qualidade de voz e alta taxa de transmissão de dados nos serviços prestados. Paralelamente, avanços tecnológicos têm possibilitado reduções progressivas nas dimensões e consumo de energia dos terminais móveis. Ao mesmo tempo, a disponibilidade destes serviços multimídia vem suprindo uma demanda cada vez maior de usuários e cobertura de regiões. Portanto, os sistemas de comunicação sem fio necessitam ser inovadores no sentido de conjugarem abrangência (área de cobertura), serem mais eficientes em banda e em potência, sendo capazes de operarem em diferentes cenários: urbano, suburbano e rural, interiores e exteriores, com manutenção da qualidade de serviço (QoS - *quality of service*).

A necessidade de maior mobilidade aliada às características de altas taxas de transmissão, fizeram com que novas tecnologias de transmissão/recepção fossem desenvolvidas visando principalmente a otimização de tais sistemas. Dentro deste cenário, destacam-se técnicas que utilizam eficientemente diferentes tipos de diversidade, especialmente diversidade temporal, espacial e em frequência. Como resultado, muitos esforços de pesquisa têm sido consumidos na proposição, análise e melhorias de sistemas de comunicação que empreguem isolada, ou de forma combinada, tais técnicas de diversidade, gerando sistemas com múltiplas antenas transmissoras e receptoras, sistemas com múltiplas portadoras de múltiplo acesso por divisão de código (MC-CDMA - *multi-carrier code division multiple access*) (HARA; PRASAD, 1997), sistemas com codificação espaço-temporal (STBC - *space-time block coding*) (ALAMOUTI, 1998), com modulação espacial (SM - *spatial modulation*) (MESLEH et al., 2006), entre outros. O objetivo final consiste em obter um substancial aumento da capacidade do sistema (TELATAR, 1999; FOSCHINI; GANS, 1998).

Para sistemas MIMO, atualmente, duas famílias de detectores com boas fi-

guras de mérito desempenho  $\times$  complexidade têm se destacado: os baseados na decodificação esférica (SD - *sphere decoding*) e aqueles baseados na relaxação semidefinida (SDR - *semidefinite relaxation*). Os detectores SD atingem a mesma solução que a do ML (*maximum likelihood*), porém com menor complexidade em cenários com relação sinal-ruído (SNR - *signal-to-noise ratio*) relativamente alta. Em contrapartida, estes não se mostram muito eficientes em problemas de grande dimensão, i.e, em constelações de alta ordem, ou ainda em baixa SNR; nestas situações a complexidade esperada é exponencial (SIDIROPOULOS; LUO, 2006), i.e., da mesma ordem do detector ótimo ML.

Em contrapartida, detectores SDR apresentam complexidade polinomial associados a desempenhos promissores, o que os tornam bastante atrativos. A estratégia de relaxação semidefinida pode resolver uma série de problemas além daqueles inerentes aos sistemas de comunicação digitais (HELMBERG et al., 2005; LUO et al., 2010). Na área de telecomunicações, estes detectores foram inicialmente propostos para constelações de baixa ordem, como BPSK (*binary phase-shift keying*), em ambiente de múltiplo acesso por divisão de código (CDMA - *code division multiple access*) (TAN; RASMUSSEN, 2001; MA et al., 2002).

Porém, recentemente, o interesse de aplicação se voltou para canais MIMO. Inicialmente, a técnica de otimização SDR foi proposta para detecção em sistemas MIMO sob constelações de baixa ordem, BPSK/QPSK (*binary/quadrature phase-shift keying*) (JALDÉN; OTTERSTEN; MA, 2005; JALDÉN, 2004). Envidando-se intensos esforços de pesquisa no intuito de se obter maiores vazões do sistema e, portanto, utilizar eficientemente constelações de ordem mais elevadas, tais como a modulação por amplitude em quadratura  $\mathcal{M}$ -QAM ( *$\mathcal{M}$ -ary quadrature amplitude modulation*), com  $\mathcal{M} \geq 16$ , diversos resultados foram reportados na literatura nos últimos cinco anos. Por exemplo, em (WIESEL; ELDAR; SHITZ, 2005) os autores propõem um esquema SDR para detecção de símbolos 16-QAM. Em seguida, uma aproximação para este detector SDR foi proposta em (SIDIROPOULOS; LUO, 2006), com o intuito de se trabalhar com constelações de mais alta ordem como 64-QAM; adicionalmente, o sistema proposto trouxe um significativo aumento de desempenho do sistema. Em (MAO; WANG; WANG, 2007; MA et al., 2009) utilizam-se símbolos 16-QAM e 64-QAM; contudo, são propostos esquemas de detecção SDR para qualquer constelação  $4^q$ -QAM ( $q \geq 1$ ). Mais recentemente, o artigo de (SO, 2009) traz uma análise teórica do uso do SDR em sistemas MIMO para detecção de sinais  $\mathcal{M}$ -QAM em região de baixa SNR. Porém, todos estes trabalhos, como também, a maioria das propostas recentemente publicadas na literatura assumem estimativas perfeitas de canal (PCSI - *perfect channel state*

*information*).

O uso de técnicas heurísticas em problemas de telecomunicações, principalmente vinculados a detecção de sinais, tem atraído interesse por aliar bons desempenhos com baixa complexidade computacional. As técnicas heurísticas de otimização são métodos de busca guiados que operam em subespaços de busca menores que o espaço total definido pela dimensão do problema; sendo assim, fornecem a cada nova iteração uma aproximação sucessiva do resultado. A cada iteração, são gerados vetores-candidatos que são avaliados através de uma função-custo (*fitness value*), a qual quantifica a aptidão desses candidatos; os melhores candidatos são selecionados e armazenados, sendo então comparados com candidatos da próxima interação e assim sucessivamente. A baixa complexidade resultante da operação em reduzidos sub-espacos de busca, juntamente com os bons resultados obtidos através destas técnicas vem permitindo uma crescente difusão dos métodos heurísticos tendo em vista resolver, em tempo polinomial, os mais variados tipos de problemas de otimização encontrados em inúmeras aplicações das áreas tecnológicas.

Especificamente na área de Telecomunicações, há trabalhos que fazem uso de heurísticas na detecção multiusuário CDMA de sequência direta (DS/CDMA – *direct sequence/code division multiple access*) (LU; YAN, 2004; CIRIACO; ABRÃO; JESZENSKY, 2006; ERGÜN; HACIOGLU., 2000; OLIVEIRA; CIRIACO; JESZENSKY, 2009; OLIVEIRA et al., 2008a), bem como também em cenários com múltiplas antenas transmissoras e receptoras (ZHAO; LONG; WANG, 2006; JACOB; MOSTAGI; ABRÃO, 2010) e multiusuário (OLIVEIRA et al., 2008b; ABRÃO et al., 2009). Até o presente, o autor não encontrou trabalhos na literatura especializada que fizessem uso de heurísticas em conjunto com o detector SDR em cenários MIMO, sendo esta uma novidade relevante neste trabalho de dissertação.

Dentre as técnicas heurísticas, emprega-se neste trabalho o algoritmo de busca local (LS - *local search*) (AARTS; LENSTRA, 2003), por suas características de baixa complexidade. O algoritmo LS é aplicado no melhoramento da solução obtida com o detector SDR.

Recentemente, outra técnica aplicável ao processo de detecção tem atraído grande atenção de pesquisadores na área de comunicações digitais; trata-se da técnica de Redução Treliça (LR – *lattice reduction*) (YAO; WORNELL, 2002). Esta é aplicada na fase de pré-deteção tendo em vista auxiliar a separação do sinal da interferência mais ruído. A técnica LR tem demonstrado características de baixa complexidade com melhoria de desempenho quando utilizada em conjunto com

qualquer outro método de detecção de sinais.

Em comunicações digitais, a constelação de sinais é geralmente descrita por uma treliça, como as constelações  $\mathcal{M}$ -QAM. A técnica LR explora a estrutura desta treliça para a obtenção de uma descrição do sinal recebido<sup>1</sup> a partir de uma base de sinais (quase-)ortogonal de menor dimensão da original, reduzindo assim a complexidade da etapa de detecção dos sinais, e acompanhado de uma substancial melhoria de desempenho. Por ser uma estratégia utilizada na fase de pré-deteção, seu uso pode ser estendido para quaisquer tipos de detectores.

Dois algoritmos se destacam para a implementação do esquema redução treliça: o algoritmo LLL (LENSTRA; LENSTRA; LOVÁSZ, 1982) e Seysen's (SEYSEN, 1993), sendo que o LLL tem demonstrado maior viabilidade em termos de custo computacional por apresentar complexidade polinomial em qualquer configuração de operação de sistema (LING; MOW; GAN, 2009), sendo por este motivo adotado neste trabalho. O algoritmo LLL gera uma matriz real e unimodular que transforma a matriz dos coeficientes de canal em uma nova matriz equivalente, porém empregando uma base de sinais (vetorial) reduzida e mais próxima da ortogonalidade (NIU; LU, 2008).

Um tutorial completo e atual sobre LR, com abordagem dos diversos algoritmos para sua implementação, bem como também algumas aplicações, pode ser encontrado em (WÜBBEN et al., 2011). Uma comparação da técnica LR utilizando os algoritmos LLL e Seysen's aplicados aos detectores multiusuários lineares clássicos baseados no mínimo erro quadrático médio (MMSE – *minimum mean square error*) e não-linear por cancelamento sucessivo de interferência (SIC – *successive interference cancellation*) é desenvolvida em (NIU; LU, 2008). Em (TAHERZADEH; MOBASHER; KHANDANI, 2007a) foi demonstrado matematicamente que o uso do LR na pré-deteção permite que o sistema atinja diversidade completa (*full diversity*), às custas de uma complexidade apenas polinomial. Uma implementação em *hardware* é realizada em (GESTNER et al., 2011), demonstrando a viabilidade de aplicação da técnica LR utilizando apenas a capacidade atual disponível dos computadores. Recentemente, fez-se uso da redução treliça auxiliando a detecção de sinais em canais MIMO sub-determinados (BAI; CHEN; CHOI, 2010).

Em (SUN et al., 2011) é proposto um detector SDR auxiliado pela técnica de planos de corte (*cutting planes*) visando tratar sistemas MIMO correlacionados, ou seja, quando a matriz de canal está mal condicionada. Neste cenário, detectores MMSE-SIC auxiliados por LR (LR-MMSE-SIC) também são propos-

---

<sup>1</sup>Justamente devido à introdução de distorção do sinal (pontos da constelação) pelo desvanecimento do canal e/ou interferência.



tos, porém, resultam em desempenho bastante inferior à solução ML. O detector SDR auxiliado por *cutting planes* atinge desempenho marginalmente próximo ao ML em sistemas MIMO correlacionados. A complexidade é cúbica em relação ao número de antenas somado ao número de planos de corte considerados no problema.

Um algoritmo LR híbrido é proposto em (AHMAD et al., 2011) visando a implementação em *hardware*. Tal algoritmo tem como vantagem a possibilidade de se executar blocos computacionalmente dispendiosos do algoritmo LR de forma paralela durante a implementação em *hardware*; assim sendo, há uma apreciável redução no tempo computacional para execução do algoritmo.

Desta forma, é implementado neste trabalho, identificando-se como uma alternativa promissora, a combinação das técnicas relaxação semidefinida auxiliada por redução treliça na detecção de sinais MIMO, na presença ou ausência de interferência de múltiplo acesso. Observe-se que o emprego combinado e eficiente das técnicas LR e relaxação semidefinida na detecção de sinais sem fio em canais MIMO tem caráter inovador, sendo esta combinação uma contribuição deste trabalho de mestrado.

## 1.1 Descrição do Conteúdo

Este trabalho analisa o compromisso desempenho  $\times$  complexidade do SDR-MIMO sob estimativas imperfeitas do canal (ICSI - *imperfect channel state information*). Desenvolve-se um estudo das estratégias de aproximação *rank-1*, randomização e heurística de busca local em conjunto com o detector SDR, bem como agrega-se uma análise de desempenho a partir do uso da técnica de otimização de seleção de antenas (SANAYEI; NOSRATINIA, 2004) no transmissor e/ou receptor. Na segunda parte desta dissertação, a técnica de redução treliça (LR) é agregada ao estágio de pré-deteção do detector SDR, tendo em vista a operação do sistema MIMO sob elevada ordem de modulação e número de antenas. O restante deste texto de Dissertação está dividido da seguinte forma:

- **Capítulo 2** - Neste capítulo são descritos o modelo de canal e sistema MIMO adotados. São descritos matematicamente a estratégia de seleção de antenas e as formas de ICSI. Também é descrita técnica de redução treliça.
- **Capítulo 3** - Este capítulo traz a descrição do algoritmo SDR, bem como

quatro técnicas representativas para melhoria de desempenho do detector SDR. Adicionalmente, é descrito o detector SDR auxiliado por LR.

- **Capítulo 4** - Neste capítulo são discutidos os resultados numéricos de simulação para detectores SDR investigados sob várias condições de operação de sistema.
- **Capítulo 5** - Neste capítulo é desenvolvida uma análise de complexidade computacional comparada, incluindo o conjunto de estratégias utilizadas e o detector SDR.
- **Capítulo 6** - Neste capítulo são apresentadas as principais conclusões e indicados possíveis direções para a continuidade da investigação deste trabalho.

## 1.2 Publicações Associadas

### 1.2.1 Publicações Diretamente Relacionadas ao Tema

1. MUSSI, A. M.; RIBEIRO, R. de O.; ABRÃO, T.; JESZENSKY, P. J. E. *Detector por relaxação semidefinida com estimador de coeficientes de canal por filtragem de partículas*. XXIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBrT, 2011.

Neste trabalho são combinados algoritmos para a detecção SDR em canais MIMO e a estimação dos coeficientes de canal baseada na técnica Bayesiana por Filtragem de Partículas (PF - *particle filtering*). Analisa-se o compromisso desempenho  $\times$  complexidade computacional do detector-estimador SDR-PF, evidenciando sua potencialidade de aplicação. Obteve-se um detector-estimador SDR-PF-MIMO cuja complexidade é polinomial de terceira ordem para o detector sub-ótimo SDR e polinomial de segunda ordem para o estimador Bayesiano, sugerindo que a topologia discutida aqui é muito promissora, justamente por atingir desempenhos muito próximos aos do detector ótimo, porém obtidos em um tempo muito menor que o exponencial.

2. MUSSI, A. M.; ABRÃO, T. *Analysis of Semidefinite Relaxation Detector in MIMO Channel*. International Microwave and Optoelectronics Conference - IMOC, 2011. Este artigo analisa o detector SDR em canais MIMO sob os aspectos de robustez às estimativas imperfeitas dos coeficientes de canal, bem como de desempenho quando do uso da técnica de seleção de antenas. A análise

demonstra que a detecção sub-ótima SDR é bastante promissora devido ao desempenho muito próximo ao detector ótimo de máxima-verossimilhança (ML), porém, realizada em tempo polinomial.

3. MUSSI, A. M.; ABRÃO, T. *Detector SDR Auxiliado por Redução Treliça*. Submetido ao periódico IEEE Latin America em Dezembro de 2011.

Neste artigo a técnica de pré-deteção por redução treliça é utilizada em conjunto com o detector SDR em canais MIMO no intuito de se obter melhoria de desempenho, especialmente em cenários com modulação QAM de elevada ordem (16-QAM ou superior). A análise de complexidade mostra que o acréscimo de operações matemáticas é marginal em relação ao detector SDR clássico, enquanto a combinação da técnica LR ao processo de detecção SDR em canais MIMO propicia melhoria substancial de desempenho sob modulação QAM de elevada ordem.

4. MUSSI, A. M.; ABRÃO, T. *SDR Lattice-Reduction-Aided MIMO Detector*. Em processo de submissão para AEÜ - International Journal of Electronics and Communications.  $IF = 0.519$  (2010).

This work proposes a new hybrid strategy for wireless MIMO signal detection, which combines the lattice reduction (LR) technique in the pre-detection stage with the use of the SDR detector. This hybrid MIMO detector becomes particularly promising for configurations with high order QAM modulation and number of antennas. An extensive performance-complexity analysis for the LR-SDR MIMO detector is carried out, with clear demonstration of superiority of this hybrid MIMO detection structure under high order modulation, number of Tx-Rx antennas and channel error estimates.

### 1.2.2 Publicações Indiretamente Relacionadas ao Tema

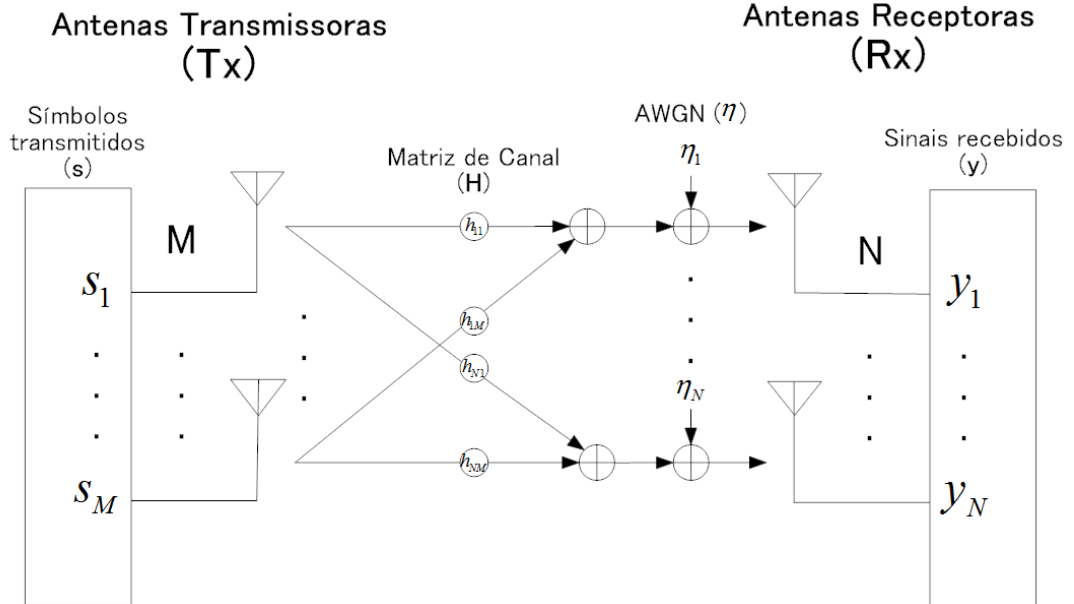
1. RIBEIRO, R. de O.; MUSSI, A. M.; ABRÃO, T., *Bayesian Estimator by Particle Filter*. International Microwave and Optoelectronics Conference - IMOC, 2011.
2. RIBEIRO, R. de O.; MUSSI, A. M.; ABRÃO, T.; Ciriaco, F. *Análise de Complexidade de Detectores Heurísticos DS/CDMA Implementados em Plataforma DSP*. Ciências Exatas e Tecnológicas, Londrina, v. 32, n. 2, p. 235-244, 2011.
3. MUSSI, A. M.; RIBEIRO, R. de O.; ABRÃO, T., *Metodologia de Pro-*

*jeito e Implementação em DSP de Algoritmos Heurísticos de Detecção Multiusuário em Sistemas CDMA*. Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas, Londrina, v. 31, n. 2, p. 165-180, jul./dez. 2010.

4. MUSSI, A. M.; RIBEIRO, R. de O.; ABRÃO, T., *Metodologia de Implementação e Análise de Complexidade em DSP de Detectores Multiusuário baseados na Heurística de Busca Local*. I Congresso de Iniciação Científica e Pós-Graduação, p. 781-785, set. 2010.
5. RIBEIRO, R. de O.; MUSSI, A. M.; ABRÃO, T., *Detector Multiusuário Heurístico DS/CDMA Implementado em Plataforma DSP*. I Congresso de Iniciação Científica e Pós-Graduação, p. 705-709, set. 2010.
6. SOUZA, A.R.C; RIBEIRO, R. de O.; MUSSI, A. M.; ABRÃO, T., *Avaliação de Desempenho de Detectores de Busca Local Implementados em DSP*. I Congresso de Iniciação Científica e Pós-Graduação, p. 201-204, set. 2010.

## 2 Modelo de Sistema

Considere um sistema MIMO uniusuário com  $M$  antenas transmissoras e  $N$  antenas receptoras, sendo  $N \geq M$ . Após modulação,  $M$  símbolos dentro da constelação utilizada, i.e.,  $s_m \in \{\pm 1 \pm j\}$  para símbolos QPSK,  $s_m \in \{\pm 1 \pm j, \pm 3 \pm 3j\}$  para 16-QAM,  $s_m \in \{\pm 1 \pm j, \pm 3 \pm 3j, \pm 5 \pm 5j\}$  para 64-QAM e  $s_m \in \{\pm 1 \pm j, \pm 3 \pm 3j, \pm 5 \pm 5j, \pm 7 \pm 7j\}$  para 256-QAM, são transmitidos, com período  $T_s$ , pelas  $M$  antenas transmissoras simultaneamente. O sinal modulado e transmitido atravessa o canal MIMO sem fio para alcançar cada uma das  $N$  antenas receptoras. Denota-se o coeficiente complexo de ganho de canal entre uma antena transmissora  $m$  e uma antena receptora  $n$  por  $h_{n,m}$ . Na figura 2.1 mostra-se o esquema básico MIMO adotado neste trabalho.



**Figura 2.1:** Esquema básico MIMO com  $M$  antenas transmissoras e  $N$  antenas receptoras adotado neste trabalho.

Considerando um modelo em banda-base discreto no tempo para um canal MIMO com desvanecimento Rayleigh plano, o sinal na entrada da  $n$ -ésima antena

receptora é dado por:

$$y_n = \sum_{m=1}^M h_{n,m} s_m + \eta_n \quad (2.1)$$

onde  $\eta_n$  representa o ruído aditivo branco Gaussiano complexo com média zero e amostras independentes com:

$$\mathbb{E}[\eta_n^2] = N_0 = \frac{ME_s}{\gamma} \quad (2.2)$$

onde  $E_s$  representa a energia média dos símbolos transmitidos e  $\gamma$  é a SNR média por antena receptora.

Em um sistema que utiliza canais MIMO, há opção entre dois modos de ganho, o de diversidade e o ganho de multiplexação. O modo ganho de diversidade é caracterizado pela transmissão do mesmo símbolo nas  $M$  antenas transmissoras; desta forma, há redundância da informação transmitida e conseqüentemente um aumento na confiabilidade do símbolo estimado, o que caracteriza aumento de desempenho. Por outro lado, no modo ganho de multiplexação, cada antena transmissora envia simultaneamente às outras antenas um ou mais símbolos distintos. Desta forma, há uma aumento da taxa de transmissão de dados, o que ocasiona aumento na capacidade de sistema. Este compromisso entre desempenho  $\times$  capacidade, é inerente aos sistemas MIMO e esforços na busca de um patamar ideal para cada tipo de sistema MIMO são constantes.

A análise realizada neste trabalho trata preferencialmente de sistemas MIMO no modo ganho de multiplexação, exceto quando dito explicitamente o contrário. Apesar de tal configuração ser voltada para o aumento da capacidade de canal, por questões metodológicas, diferentes cenários foram simulados e analisados nas regiões de baixa, média e alta SNR, i.e., considerou-se SNR  $\in [0; 18]$ dB.

No modo de multiplexação, sistemas MIMO com modulações de alta ordem, tais como  $\mathcal{M}$ -QAM ( $\mathcal{M} \geq 16$ ), por conseqüência resultarão em elevada capacidade de canal. No entanto, tais configurações requerem elevadas SNRs e/ou sofisticados métodos de detecção e codificação, tendo em vista uma operação adequada, i.e., obtenção de reduzidas taxa de erro na etapa de detecção.

Adicionalmente, nas situações onde se torna difícil a correta interpretação diretamente da curva de desempenho versus SNR do detector MIMO, emprega-se o cálculo a figura de mérito denominada ganho de diversidade. O ganho de diversidade é comumente expresso pela inclinação da reta tangente à curva de desempenho em termos de taxa de erro de *bit* (BER - *bit error rate*) na região de

alta SNR ( $\gamma \rightarrow \infty$ ):

$$d = - \lim_{\gamma \rightarrow \infty} \frac{\Delta \log P_e(\gamma)}{\Delta \log \gamma} \quad (2.3)$$

sendo  $P_e(\cdot)$  a probabilidade de erro. Evidentemente, quanto mais próximo estiver  $d$  do ganho de diversidade ideal ou máximo, inerente à topologia MIMO adotada, melhor o algoritmo de detecção MIMO analisado.

Em um sistema MIMO, os coeficientes de canal  $h_{n,m}$ ,  $\forall n \in \{1, 2, \dots, N\}$  e  $\forall m \in \{1, 2, \dots, M\}$  podem ser expressos por:

$$h_{n,m} = \beta_{n,m} e^{j\phi_{n,m}} \quad (2.4)$$

sendo o módulo  $\beta_{n,m}$  modelado através de uma distribuição estatística de Rayleigh. A distribuição Rayleigh modela adequadamente a envoltória do sinal recebido em uma comunicação sem linha de visada (NLOS - *non-line-of-sight propagation*). Complementarmente, a fase dos coeficientes de canal,  $\phi_{n,m}$ , pode ser adequadamente modelada por uma distribuição Uniforme no intervalo  $[0, 2\pi]$ . Adicionalmente, adotou-se a hipótese de canal suficientemente lento de forma que não há alteração significativa nos valores dos coeficientes de canal em  $\approx 10T_s$ .

Os sinais recebidos nas  $N$  antenas receptoras, equação (2.1), são convenientemente reescritos na forma vetorial como:

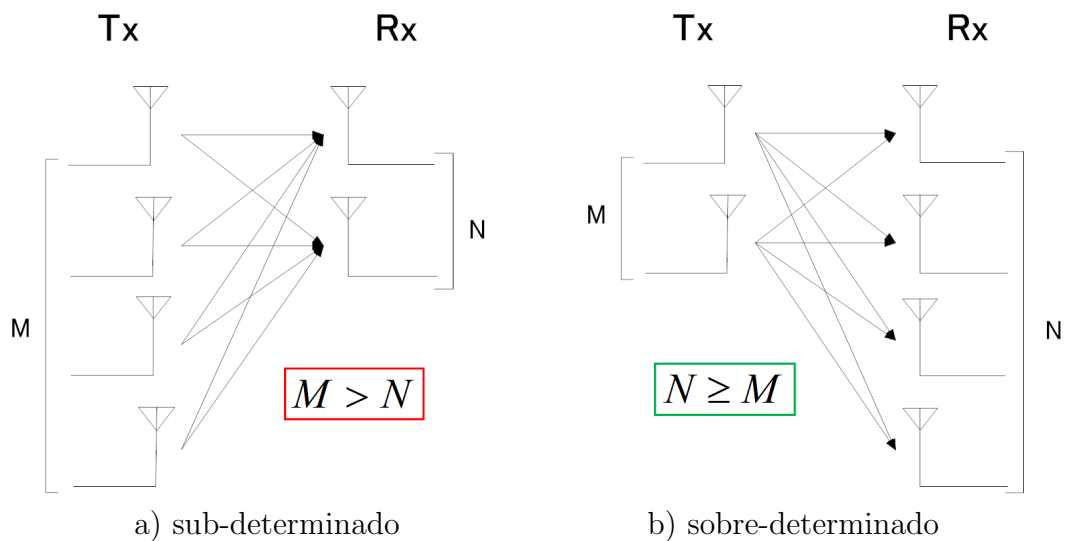
$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \boldsymbol{\eta} \quad (2.5)$$

sendo  $\mathbf{y}$  o vetor recebido  $N \times 1$ ;  $\mathbf{H}$  representa a matriz  $N \times M$  do canal MIMO;  $\mathbf{s}$  é o vetor dos símbolos transmitidos de dimensão  $M \times 1$  e  $\boldsymbol{\eta}$  é o vetor de ruído aditivo branco Gaussiano complexo  $N \times 1$ .

Ganhos de diversidade espacial, temporal e/ou de multiplexação são resultados de arranjos topológicos inerentes aos sistemas MIMO. Explorar de forma eficiente e mesmo buscar melhorar tais arranjos, melhoria essa mensurável através de diversas figuras de mérito, tais como ordem de diversidade ( $d$ ), compromisso desempenho  $\times$  complexidade, capacidade ( $\mathcal{C}$ ), entre outros, têm motivado intensos estudos de sistemas de comunicação MIMO. Historicamente, a proposição de sistemas MIMO  $2 \times 1$  e  $2 \times 2$  que explorem conjuntamente as diversidades espaço-temporal, através do emprego de uma simples e eficiente codificação foi originalmente proposta em (ALAMOUTI, 1998). Contudo, esta limitação no número de antenas fez com que surgissem outras propostas, tais como o OSTBC (*orthogonal space-time block code*) em (TAROKH; JAFARKHANI; CALDERBANK, 1999), V-BLAST (*vertical Bell laboratories layered space-time*) (WOLNIANSKY et al., 1998) e QO-STBC (*quasi-orthogonal space-time block code*) (JAFARKHANI, 2001).

## 2.1 Canais MIMO Sub e Sobre-determinados

De acordo com o número de antenas transmissoras e receptoras, um canal MIMO pode ser considerado sub ou sobre-determinado. Um canal MIMO é dito sub-determinado quando o número de antenas transmissoras é maior que o número de antenas receptoras, ou seja,  $M > N$ . Comumente, sistemas nestas condições possuem baixo desempenho com poucas estratégias para resolução atualmente na literatura. A figura 2.2.a demonstra um esquema de sistema com canal MIMO sub-determinado.



**Figura 2.2:** Esquema simplificado de canal MIMO.

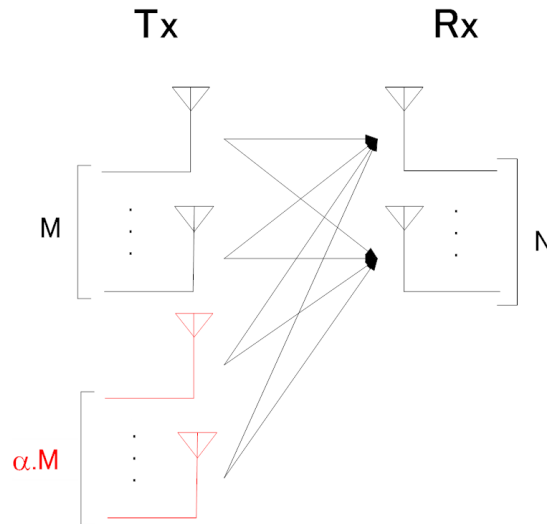
Canais MIMO são considerados sobre-determinados quando o número de antenas receptoras é maior ou igual que o número de antenas transmissoras, ou seja,  $N \geq M$ . Comumente, sistemas nestas condições possuem bom desempenho sendo que a maioria das estratégias para resolução de sistemas MIMO também resolvem este tipo de cenário. A figura 2.2.b demonstra um esquema de sistema com canal MIMO sobre-determinado.

## 2.2 Seleção de Antenas (AS)

Tendo em vista alcançar melhores desempenhos com os detectores implementados, adotou-se a estratégia de seleção de antenas (AS - *antenna selection*) (SANAYEI; NOSRATINIA, 2004) no Tx e/ou Rx. A técnica AS permite aproveitar a diversidade de percurso através da seleção e combinação adequada de um subconjunto de sinais gerados no receptor a partir então de  $M(\alpha + 1)$  e  $N(\mu + 1)$  antenas disponíveis. Assim, entre as  $M(\alpha + 1)$  antenas transmissoras, escolhe-se

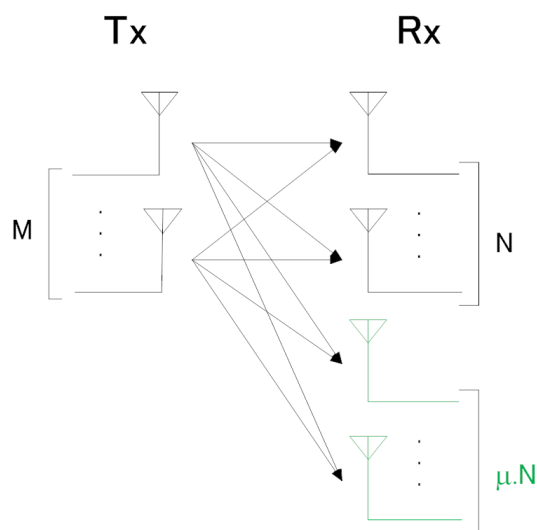


no receptor os  $\alpha$  melhores (menores desvanecimentos) sinais oriundos daquelas antenas transmissoras;  $\alpha$  denota o fator de seletividade de antenas transmissoras. Na figura 2.3 demonstra-se o esquema do canal MIMO quando utiliza-se AS no transmissor.



**Figura 2.3:** Esquema simplificado de seleção de antenas no transmissor abordado neste trabalho.

Analogamente, quando aplicada à recepção, o número total de antenas receptoras é igual a  $N(\mu + 1)$ , sendo  $\mu$  o fator de seletividade de recepção. Assim, apenas os  $N$  sinais recebidos com as maiores SNR instantâneas (a cada  $2T_s$ ) são escolhidas para compor o vetor de sinais a ser processado. Na figura 2.4 pode ser visto o esquema do canal MIMO quando utiliza-se AS no receptor.



**Figura 2.4:** Esquema simplificado de seleção de antenas no receptor abordado neste trabalho.

Uma vez que o conhecimento (parcial ou total) da matriz dos coeficientes de

canal  $\mathbf{H}$  é necessário para compor a estratégia de detecção a ser implementada, após a seleção de antenas é realizada a eliminação dos ramos referentes às antenas não-selecionadas. Esta filtragem na matriz dos coeficientes de canal é realizada a cada  $2T_s$ , sob um fator  $\alpha$  e  $\mu$ , em conformidade às equações (2.6), (2.7) e (2.9) para a seleção de antenas no transmissor e equações (2.6), (2.8) e (2.9), quando no receptor.

$$\mathbf{H}^S = [H_{i,j}^S] \quad (2.6)$$

sendo  $i = 1, \dots, (\mu + 1)N$ ;  $j = 1, \dots, (\alpha + 1)M$ .

$$\tilde{\mathbf{j}} = \left[ \text{sort} \left( \sum_{i=1}^N |H_{i,j}^S|^2 \right) \right]_1^M \quad (2.7)$$

$$\tilde{\mathbf{i}} = \left[ \text{sort} \left( \sum_{j=1}^M |H_{i,j}^S|^2 \right) \right]_1^N \quad (2.8)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}^S|_{\tilde{\mathbf{i}}\tilde{\mathbf{j}}} \quad (2.9)$$

sendo que  $[\text{sort}(\mathbf{a})]_1^k$  representa a ordenação decrescente do vetor  $\mathbf{a}$  compondo um vetor ordenado de dimensão  $k \times 1$ ;  $\mathbf{H}^S|_{\tilde{\mathbf{i}}\tilde{\mathbf{j}}}$  representa a matriz de canal  $N \times M$  composta pelos coeficientes de canal de  $\mathbf{H}^S$  indexados pelos vetores  $\tilde{\mathbf{i}}, \tilde{\mathbf{j}}$  de dimensões  $N \times 1$  e  $M \times 1$ , respectivamente.

## 2.3 Estimativas Imperfeitas dos Coeficientes de Canal

Tendo em vista o uso de cenários mais realistas em que não há conhecimento perfeito dos coeficientes de canal, tem-se neste trabalho a análise do comportamento do detector SDR quando há ICSI. Três formas são exploradas: através de erros uniformes agregados às estimativas dos coeficientes de canal, através de erros gaussianos agregados às estimativas dos coeficientes de canal e com o uso de um estimador de canal por filtro de partículas (RIBEIRO; MUSSI; ABRÃO, 2011).

### 2.3.1 Distribuição Uniforme para os Erros de Estimativa de Canal

A matriz dos coeficientes de canal com erros uniformes agregados nas estimativas pode ser descrita como:

$$\mathbf{H}', \quad \text{cujos elementos} \quad H'_{n,m} = \beta'_{n,m} e^{j\phi'_{n,m}} \quad (2.10)$$

sendo  $n = 1, \dots, N$  e  $m = 1, \dots, M$ .

Adotando-se erros percentuais no módulo,  $e_{\text{mod}}^{\%}$ , e na fase,  $e_{\text{ph}}^{\%}$ , nos coeficientes de canal seguindo uma distribuição uniforme, tem-se:

$$\beta'_{n,m} \sim \mathcal{U} \left[ \beta_{n,m} \left( 1 - \frac{e_{\text{mod}}^{\%}}{100} \right), \beta_{n,m} \left( 1 + \frac{e_{\text{mod}}^{\%}}{100} \right) \right] \quad (2.11)$$

$$\phi'_{n,m} \sim \mathcal{U} \left[ \phi_{n,m} \left( 1 - \frac{e_{\text{ph}}^{\%}}{100} \right), \phi_{n,m} \left( 1 + \frac{e_{\text{ph}}^{\%}}{100} \right) \right] \quad (2.12)$$

### 2.3.2 Distribuição Gaussiana para os Erros de Estimativa de Canal

Alternativamente, os erros agregados às estimativas da matriz dos coeficientes de canal podem ser descritos através de distribuições Gaussianas, isto é:

$$\mathbf{H}'', \quad \text{cujos elementos} \quad H''_{n,m} = \beta''_{n,m} e^{j\phi''_{n,m}} \quad (2.13)$$

sendo  $n = 1, \dots, N$  e  $m = 1, \dots, M$ . Onde  $\beta''_{n,m}$  e  $\phi''_{n,m}$  são definidos como:

$$\beta''_{n,m} \sim \mathcal{N} [\beta_{n,m}, \sigma_{\text{mod}}^2] \quad (2.14)$$

$$\phi''_{n,m} \sim \mathcal{N} [\phi_{n,m}, \sigma_{\text{ph}}^2] \quad (2.15)$$

sendo  $\sigma_{\text{mod}}^2$  a variância de erro no módulo, e  $\sigma_{\text{ph}}^2$  a variância de erro na fase.

Neste trabalho, são adotados erros nas estimativas dos coeficientes de canal com distribuição Gaussianos e variâncias normalizadas idênticas para o módulo e fase. Desta forma, por simplicidade, no conjunto de variáveis, define-se:

$$\sigma_E^2 = \sigma_{\text{mod}}^2 = \sigma_{\text{ph}}^2 \quad (2.16)$$

### 2.3.3 Estimador por Filtro de Partículas

O filtro de partículas Bayesiano (PF) é uma técnica baseada na metodologia seqüencial de Monte Carlo, tendo como objetivo o cálculo recursivo das distribuições de probabilidades utilizando os conceitos de amostragem por importância bem como da aproximação destas distribuições de probabilidade. Este estimador faz parte do trabalho desenvolvido em (RIBEIRO; MUSSI; ABRÃO, 2011), sendo proposto um estimador PF em conjunto com o detector SDR para canais MIMO em (MUSSI et al., 2011).

Esta técnica era limitada a algumas utilizações devido à sua complexidade computacional elevada, porém com os avanços tecnológicos nos últimos anos, a filtragem por partículas tem se tornado uma área de pesquisa muito atrativa.

Visando assim reconstruir o modelo de canal escolhido, a técnica de PF adotada neste trabalho utiliza um modelo estatístico de canal cujo efeito sobre a envoltória do sinal recebido possa ser representado por uma distribuição estatística caracterizada pela função densidade de probabilidade (pdf - *probability density function*) de Rayleigh para o módulo dos coeficientes de canal:

$$p(r) = re^{-\frac{r^2}{2}} \quad (2.17)$$

sendo  $r$  a amplitude do sinal.

Uma outra possibilidade, seria o uso de uma pdf Gaussiana como parte real e outra pdf Gaussiana como parte imaginária, gerando uma pdf de Rayleigh em módulo e Uniforme para a fase. No entanto, a forma adotada demonstrou ser mais adequada, em termos de minimização do erro quadrático médio (MSE - *mean squared error*), tanto no módulo quanto na fase dos coeficientes de canal, conforme resultados reportados em (RIBEIRO; MUSSI; ABRÃO, 2011).

O método utilizado neste trabalho é o *Bootstrap Particle Filter - BPF*. Esta metodologia é uma das primeiras implementações práticas de filtragem sendo uma das mais viáveis de todas as técnicas aplicadas ao PF devido à sua simplicidade em relação ao número de partículas ( $N_s$ ) (CANDY, 2007, 2009).

Um dos grandes problemas com os algoritmos de amostragem por importância é a degeneração dos pesos das partículas, a qual deve ser evitada ou resolvida rapidamente. Isso ocorre devido às flutuações dos pesos em função da evolução das iterações.

Logo, é impossível evitar esta degradação, sendo então necessário introduzir mecanismos capazes de resolvê-la, pois essa degeneração implica grande esforço computacional dedicado à atualização das partículas cuja contribuição para a distribuição *a posteriori* é desprezível.

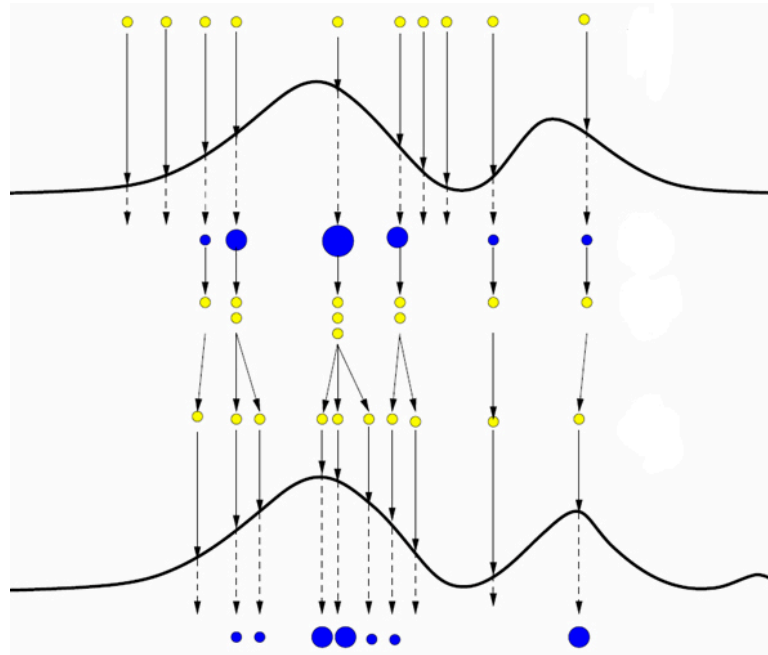
### 2.3.3.1 Reamostragem em PF

Para evitar o processo de degeneração das partículas, deve-se realizar o processo da reamostragem. Este processo consiste em selecionar novas posições das partículas de tal forma a reduzir a discrepância entre os pesos reamostrados das partículas com base em sua probabilidade de aceitação. Partículas de baixa pro-

babilidade (pequenos pesos) são removidas e as de alta probabilidade (pesos grandes) são mantidas e replicadas.

A reamostragem diminui a degeneração das partículas, mas pode apresentar alguns problemas como a perda na diversidade, devido ao fato das amostras serem provenientes de uma função distribuição discreta ao invés de uma função distribuição contínua.

A figura 2.5 ilustra o processo de reamostragem realizado em uma das etapas do algoritmo PF. Nota-se que ocorre uma concentração na região onde os pesos são maiores.



**Figura 2.5:** Exemplo de uma iteração da técnica de filtro de partículas (MERWE et al., 2000).

Para a realização da reamostragem foi utilizado a técnica multinomial (CANDY, 2009), que de acordo com (RIBEIRO; MUSSI; ABRÃO, 2011) apresenta baixa complexidade, e a qual aliada à técnica *bootstrap*, permite obter um desempenho satisfatório com o estimador BPF.

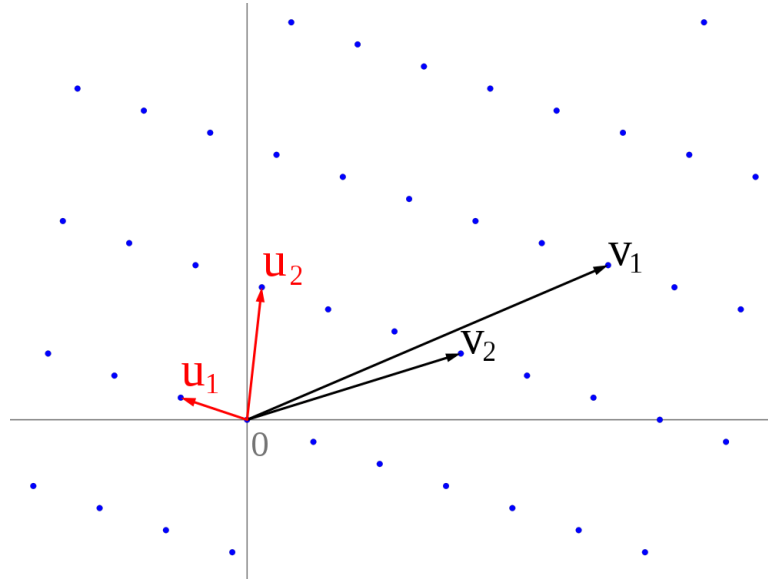
## 2.4 Redução Treliça (LR)

Treliças são arranjos periódicos de pontos discretos, como por exemplo, uma constelação QAM. Qualquer treliça,  $\mathcal{L}$ , pode ser descrita em termos de uma base não-única  $\mathbf{B} = (\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_D)$  que possibilita que qualquer ponto da treliça seja representado como uma superposição de inteiros múltiplos dos vetores-base  $\mathbf{b}_\ell$

(WÜBBEN et al., 2011). Desta forma, qualquer  $\mathbf{x} \in \mathcal{L}$  pode ser escrito como:

$$\mathbf{x} = \sum_{\ell=1}^D z_{\ell} \mathbf{b}_{\ell}, \quad z_{\ell} \in \mathbb{Z} \quad (2.18)$$

Assim, se  $\mathbf{x}_1 \in \mathcal{L}$  e  $\mathbf{x}_2 \in \mathcal{L}$ , então  $k\mathbf{x}_1 + \ell\mathbf{x}_2 \in \mathcal{L}$  para qualquer  $k, \ell \in \mathbb{Z}$ , sendo  $\mathbb{Z}$  o conjunto dos números inteiros e  $D$  está relacionado ao posto (*rank*) ou dimensão da treliça.



**Figura 2.6:** Exemplo do uso da técnica de redução treliça com uma base  $\mathbf{V} = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2)$  da treliça para uma base reduzida  $\mathbf{U} = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2)$ .

Como pode ser visto na figura 2.6, a base de uma treliça não é única, sendo justamente esta a característica a ser explorada na redução treliça. Nesta figura, a partir de um base da treliça dada por  $\mathbf{V}$  houve uma transformação para uma base reduzida  $\mathbf{U}$ , sendo esta mais ortogonal. Desta forma, através dos algoritmos de redução LLL (LENSTRA; LENSTRA; LOVÁSZ, 1982) ou Seysen's (SEYSEN, 1993) são geradas transformações sobre a matriz de coeficientes de canal,  $\mathbf{H}$ , a partir da criação de uma base de sinais. O objetivo é tornar a matriz  $\mathbf{H}$  de coeficientes a mais próxima possível da condição de ortogonalidade, o que favorece a detecção dos sinais recebidos, aumentando assim o desempenho e atingindo diversidade ótima (TAHERZADEH; MOBASHER; KHANDANI, 2007b, 2007a). Além disso, esta transformação na matriz de canal é obtida a partir de uma reduzida complexidade adicional (ordem polinomial em função do número de antenas).

Contudo, o algoritmo LLL clássico gera uma matriz de redução em valores reais, sendo que os valores da matriz dos coeficientes de canal são complexos. Desta forma, foi proposto em (GAN; LING; MOW, 2009) uma matriz de redução complexa (CLLL - *complex* LLL), o que trouxe uma diminuição na complexidade computa-

cional do algoritmo em cerca de 50% e, curiosamente, com desempenho similar. Em (KIM; PARK, 2006) foram propostos sistemas utilizando LR na pré-deteção, combinado com a detecção de sinais em um único estágio; adicionalmente, uma versão com desempenho melhorado em relação a (KIM; PARK, 2006) foi proposta em (LUZZI; OTHMAN; BELFIORE, 2010). Esta melhoria de desempenho foi obtida graças à transformação aplicada à matriz de treliça reduzida proveniente da matriz de canal em uma outra matriz de treliça reduzida, porém de dimensão maior. Tal procedimento é realizado através de uma criteriosa escolha dos parâmetros da matriz de treliça reduzida.

A técnica LR aplicada a canais MIMO consiste, basicamente, de três etapas (WÜBBEN et al., 2011):

1. Uma base “aperfeiçoada” para a treliça induzida a partir da matriz dos coeficientes de canal é determinada através da redução de treliça. A base original e a base reduzida estão relacionadas através de uma matriz de transformação unimodular  $\mathbf{T}$ , gerada utilizando algoritmos de redução, como por exemplo o algoritmo LLL.
2. O estágio de pré-deteção é implementado utilizando a matriz com base reduzida.
3. A solução de estimação do sinal (deteção MIMO) é obtida retornando-se ao seu domínio original através da transformação inversa utilizando a mesma matriz unimodular empregada na pré-deteção.

O detector SDR auxiliado por LR é discutido em detalhes na seção 3.4. Neste momento, conjectura-se que o detector MIMO auxiliado por redução treliça (LR-MIMO) será especialmente promissor, em termos de um melhor compromisso desempenho  $\times$  complexidade nas seguintes configurações de sistema e/ou canal:

- elevada ordem de modulação
- número de antenas crescente
- correlação parcial dos coeficientes de canal
- erros nas estimativas de canal (provável)
- e mais fortuitamente quando houver combinação dos cenários acima

## 3 Detectores MIMO

Neste capítulo são descritas três estruturas de detecção adequadas para sistemas MIMO: a) detector de máxima verossimilhança, o qual propicia desempenho ótimo (VERDÚ, 1986); b) o detector clássico denominado V-BLAST (WOLNIANSKY et al., 1998), o qual é utilizado como referência de desempenho, comumente encontrado na literatura; c) estruturas de detecção baseadas no SDR, objeto principal deste estudo.

### 3.1 Detector ML-MIMO

O detector de máxima verossimilhança (ML) ou detector ótimo é considerado o limite inferior (*lower bound*) de desempenho para sistemas de comunicação em geral e em particular para sistemas que utilizam canais MIMO, pois este avalia todas possibilidades de símbolos em uma constelação em sistemas SISO (*single-input single-output*); para canais MIMO, todas as possíveis combinações de símbolos devem incluir a dimensionalidade das antenas de transmissão.

A avaliação de cada vetor-candidato contendo  $M$  possíveis símbolos transmitidos simultaneamente em cada uma das  $M$  antenas transmissoras é feita através da distância Euclidiana mínima. Em termos de um problema de otimização e, considerando sinais recebidos em banda-base equivalente e modulação binária em quadratura (QPSK), o problema ML em cenários MIMO pode ser descrito na forma discreta (VERDÚ, 1986) através de:

$$\hat{\mathcal{S}}_{\text{ML}} = \min_{\text{Re}\{\mathcal{S}\} \in \mathcal{A}_{\text{real}}, \text{Im}\{\mathcal{S}\} \in \mathcal{A}_{\text{imag}}} \|\mathcal{Y} - \mathcal{H}\mathcal{S}\|^2 \quad (3.1)$$

sendo que  $\mathcal{A}_{\text{real}}$  e  $\mathcal{A}_{\text{imag}}$  representam, respectivamente, a parte real e imaginária dos símbolos dentro da constelação utilizada. Para simplicidade, adota-se que  $\mathcal{A}_{\text{real}} = \mathcal{A}_{\text{imag}} = \mathcal{A}$ .

Assim, dentro de todas as possíveis combinações de símbolos nas antenas transmissoras, escolhe-se o vetor, denominado de vetor ótimo, o qual resultou em



menor distância Euclidiana. Porém, este problema é bastante complexo, pois, trata-se de um problema do tipo NP-completo, ou seja, a solução não é realizável em tempo polinomial (VERDÚ, 1989).

Ademais, computacionalmente, é mais conveniente modelar o problema de otimização complexo da equação (3.1) em um problema de valores reais; reescrevendo-se a equação (2.1), tem-se:

$$\begin{bmatrix} \Re\{\mathcal{Y}\} \\ \Im\{\mathcal{Y}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Re\{\mathcal{H}\} & -\Im\{\mathcal{H}\} \\ \Im\{\mathcal{H}\} & \Re\{\mathcal{H}\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Re\{\mathcal{S}\} \\ \Im\{\mathcal{S}\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Re\{\mathcal{V}\} \\ \Im\{\mathcal{V}\} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

o qual é equivalente a:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \boldsymbol{\eta}, \quad (3.3)$$

embora tal conversão acarrete na duplicação da dimensão do problema. Como resultado, o problema de otimização da equação (3.1) é reescrito como:

$$\hat{\mathbf{s}}_{ML} = \min_{\mathbf{s} \in \mathcal{A}^{2M}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2 \quad (3.4)$$

A partir da equação (3.4) pode-se obter uma descrição equivalente do problema:

$$\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2 = \mathbf{s}^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{s} - 2\mathbf{y}^T \mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{y}^T \mathbf{y} \quad (3.5)$$

sendo  $(\cdot)^T$  a operação transposta da matriz.

Como o último termo da equação (3.5) não depende de  $\mathbf{s}$ , pode-se obter estimativas ML do símbolo transmitido  $\hat{\mathbf{s}}_{ML}$  equivalentemente como:

$$\hat{\mathbf{s}}_{ML} = \min_{\mathbf{s} \in \mathcal{A}^{2M}} \mathbf{s}^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{s} - 2\mathbf{y}^T \mathbf{H} \mathbf{s} \quad (3.6)$$

Ou na forma matricial:

$$\hat{\mathbf{s}}_{ML} = \min_{\mathbf{s} \in \mathcal{A}^{2M}} \begin{bmatrix} \mathbf{s}^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H}^T \mathbf{H} & -\mathbf{H}^T \mathbf{y} \\ -\mathbf{y}^T \mathbf{H} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

## 3.2 Detector V-BLAST

O V-BLAST opera através da anulação (ZF - *zero forcing*) e do cancelamento sucessivo de interferência (SIC - *successive interference cancelation*) dos sinais interferentes. Para detectar o símbolo da  $m$ -ésima antenna transmissora, o receptor inicialmente anula a interferência das outras antenas usando o esquema ZF e depois faz a decisão pelo símbolo conforme sua constelação. Em seguida, o receptor aplica o SIC para cancelar a contribuição do símbolo detectado no vetor de sinais

recebidos; isto diminui a interferência causada nas antenas transmissoras que não tiveram seus símbolos ainda detectados. O detector MIMO V-BLAST de (WOLNIANSKY et al., 1998) encontra-se descrito no Algoritmo 1, sendo  $(\cdot)^T$  o operador transposição,  $(\cdot)^+$  denota a operação pseudo-inversa,  $(\cdot)_i$  representa a  $i$ -ésima coluna da matriz e  $Q(\cdot)$  é o decisor multinível (*slicer*) para a constelação utilizada. A notação  $\mathbf{H}_{k_i}^-$  denota a matriz obtida zerando-se as colunas  $k_1, k_2, \dots, k_i$  de  $\mathbf{H}$ .

---

**Algoritmo 1** V-BLAST
 

---

**Inicialização :**

$$\begin{aligned} i &\leftarrow 1 \\ \mathbf{G}_1 &= \mathbf{H}^+ \\ k_1 &= \arg \min_j \|(\mathbf{G}_1)_j\|^2 \end{aligned}$$

**Recursão :**

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{k_i} &= (\mathbf{G}_i)_{k_i} \\ z_{k_i} &= \mathbf{w}_{k_i}^T \mathbf{y}_i \\ \hat{s}_{k_i} &= Q(z_{k_i}) \\ \mathbf{y}_{i+1} &= \mathbf{y}_i - \hat{s}_{k_i} (\mathbf{H})_{k_i} \\ \mathbf{G}_{i+1} &= \mathbf{H}_{k_i}^+ \\ k_{i+1} &= \arg \min_{j \notin \{k_1, \dots, k_i\}} \|(\mathbf{G}_{i+1})_j\|^2 \\ i &\leftarrow i + 1 \end{aligned}$$


---

### 3.3 Detector por Relaxação Semidefinida (SDR)

O detector SDR é baseado na técnica de relaxação convexa de um dado problema, em que este é simplificado através de uma expansão da região de aplicabilidade (*feasible set*) usando uma relaxação de algumas restrições. A solução estimada para um dado problema é então obtida mapeando-se a solução do problema convexo otimizado no problema real. Isto geralmente é feito através de estratégias simples como a aproximação *rank-1* ou técnicas de randomização. Recentemente, foi mostrado na literatura que técnicas de randomização atingem melhores compromissos desempenho  $\times$  complexidade (LUO et al., 2010), sendo também comprovado neste trabalho. Para definições básicas sobre funções convexas ver apêndice A.

A grande motivação do detector SDR advém do fato deste ser capaz de encontrar soluções próximas ao detector ML, porém em tempo polinomial. Além disso, quando modelado na forma descrita da equação (2.1), com  $\eta_n$  amostras de ruído Gaussianos complexos independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.) e

sob a condição de sobredeterminação ( $N \geq M$ ), o detector SDR pode atingir o mesmo ganho de diversidade do detector ML, i.e.,  $\approx N/2$ . Ou seja, na região de alta SNR o detector SDR terá uma probabilidade de erro de símbolo que decai na mesma taxa que o detector ML ótimo (JALDÉN; OTTERSTEN, 2008).

O problema da detecção ML pode ser solucionado resolvendo-se o seguinte problema equivalente:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & \mathbf{x}^T \mathbf{L} \mathbf{x} \\ \text{s.t.} \quad & x_i \in \mathcal{A} \quad i = 1, \dots, 2M + 1 \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\text{sendo: } \mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}^T \mathbf{H} & -\mathbf{H}^T \mathbf{y} \\ -\mathbf{y}^T \mathbf{H} & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}^T & 1 \end{bmatrix}^T; \quad \mathbf{x} = [x_1 \cdots x_M]^T \quad (3.9)$$

Introduzindo-se a variável  $\mathbf{X} = \mathbf{x} \mathbf{x}^T$ , obtém-se a seguinte composição na matriz  $\mathbf{X}$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \mathbf{x} \cdot \mathbf{x}^T \\ \mathbf{X} &= \begin{bmatrix} \mathbf{s} \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{s}^T & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{X} &= \begin{bmatrix} \mathbf{s} \cdot \mathbf{s}^T & \mathbf{s} \\ \mathbf{s}^T & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Conforme mostrado na equação (3.10), a diagonal principal da matriz  $\mathbf{X}$  contém os valores quadráticos dos símbolos da constelação utilizada e o valor da última linha com a última coluna de  $\mathbf{X}$  será igual ao escalar 1. Portanto, o problema pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{X}} \quad & \text{tr}(\mathbf{L} \mathbf{X}) \\ \text{s.t.} \quad & \text{diag}(\mathbf{X}) \in \mathcal{A}^2; \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(2M + 1, 2M + 1) &= 1; \\ \mathbf{X} &\succeq 0; \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\mathbf{X} \text{ é rank } 1.$$

sendo  $\text{tr}(\cdot)$  a função traço,  $\text{diag}(\mathbf{A})$  representa a composição de um vetor contendo os valores da diagonal principal da matriz  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{X} \succeq 0$  indica que  $\mathbf{X}$  é simétrico e positivamente semidefinido. Ver apêndice A.

Há duas formulações para detecção SDR em canais MIMO. A primeira é referente a modulações de baixa ordem, ou seja, BPSK e QPSK. A segunda

refere-se a sistemas com modulação QAM de alta ordem de , i.e.,  $\mathcal{M} \geq 16$ . A seguir, as duas formulações são apresentadas.

### 3.3.1 SDR para Modulação de Baixa Ordem

Para constelações de baixa ordem, tipicamente modulação por chaveamento de fase binária ou em quadratura (BPSK ou QPSK, respectivamente), o problema de otimização da equação (3.11) pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{X}, \mathbf{x}} \quad & \text{tr}(\mathbf{L}\mathbf{X}) \\
 \text{s.t.} \quad & \text{diag}(\mathbf{X}) = \mathbf{e} \\
 & \mathbf{X} \succeq 0; \\
 & \mathbf{X}(2M + 1, 2M + 1) = 1; \\
 & \mathbf{X} \text{ é } \textit{rank} \ 1
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

sendo  $\mathbf{e}$  um vetor unitário.

Observe que o problema de otimização da equação (3.13) é ainda não-convexo<sup>1</sup> e equivalente ao problema da detecção ML da equação (3.4), no sentido de que sabendo-se a solução de um dos problemas, pode-se facilmente calcular a solução para o outro. Contudo, ambos constituem problemas tipo NP-completo<sup>2</sup>. No entanto, a componente que faz com que o problema da equação (3.13) seja muito complexo é mais explícita do que a da equação (3.4). Precisamente, sem a restrição de *rank*-1 em  $\mathbf{X}$ , o problema da equação (3.13) seria convexo (JALDÉN, 2004). A técnica usada no detector SDR baseia-se na relaxação da restrição de *rank*-1. Desta forma, o problema de otimização pode ser reescrito em sua versão relaxada como:

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{X}} \quad & \text{tr}(\mathbf{L}\mathbf{X}) \\
 \text{s.t.} \quad & \text{diag}(\mathbf{X}) = \mathbf{e} \\
 & \mathbf{X} \succeq 0 \\
 & \mathbf{X}(2M + 1, 2M + 1) = 1;
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

O detector SDR analisado aqui baseia-se na solução do problema dado na equação (3.14). Este problema é dito convexo e pode ser resolvido em tempo polinomial, o qual constitui a principal vantagem desta forma de relaxação. Assim,

<sup>1</sup>Devido à característica *rank* 1 de  $\mathbf{X}$  (JALDÉN, 2004).

<sup>2</sup>Ou seja, não pode ser resolvido em um intervalo de tempo polinomial; a complexidade cresce exponencialmente com a ordem ou dimensão do problema.

pode-se empregar eficientes métodos de resolução para o problema equação (3.14), tais como o método elipsóide ou método dos pontos interiores (IP - *interior-point*). O método IP tem se mostrado mais eficiente na solução do problema de detecção relaxado. O algoritmo utilizado neste trabalho na resolução da equação (3.14) baseia-se em (JALDÉN, 2004; HELMBERG et al., 2005) e sua rotina está disponível no apêndice B.

### 3.3.2 SDR para Modulação de Alta Ordem

Há diversos métodos que formulam a detecção SDR para constelações QAM de alta ordem (SIDIROPOULOS; LUO, 2006; WIESEL; ELDAR; SHITZ, 2005; MAO; WANG; WANG, 2007). Neste trabalho foi adotado o método baseado em (SIDIROPOULOS; LUO, 2006). O problema de otimização é reescrito em sua versão relaxada como:

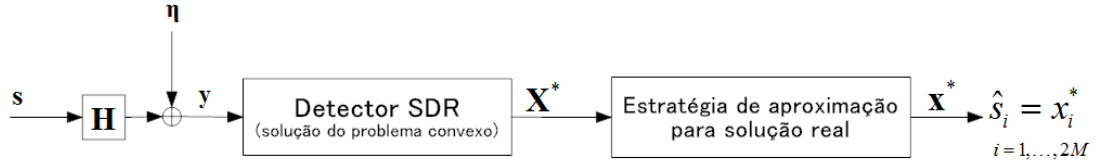
$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{X}} \quad & \text{tr}(\mathbf{L}\mathbf{X}) \\ \text{s.t.} \quad & I_L \mathbf{I} \geq \text{diag}(\mathbf{X}) \geq S_L \mathbf{I}; \\ & \mathbf{X}(2M + 1, 2M + 1) = 1; \\ & \mathbf{X} \succeq 0. \end{aligned} \tag{3.15}$$

sendo  $I_L = \min_{a \in \mathcal{A}} a^2$ ;  $S_L = \max_{a \in \mathcal{A}} a^2$ ;  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade.

Este método também é denominado *Bound Constrained SDR* (BC-SDR) (MA et al., 2009), e a solução da equação (3.15) é obtida através da ferramenta SeDuMi (STURM, 2001), a qual constitui uma moderna ferramenta matemática para a resolução de problemas de programação semidefinida, i.e., trata-se de um SDP (*semidefinite programming*) solver.

Há diversos métodos que mapeiam a solução do problema convexo em uma solução estimada associada ao problema original não-convexo, como por exemplo, a aproximação *rank-1* ou técnicas de randomização, ambas utilizadas neste trabalho. Como alternativa adicional, utilizou-se a técnica heurística de busca local para o mapeamento da solução do problema convexo para o problema real não-convexo, podendo assim estimar os  $M$  símbolos transmitidos.

Na figura 3.1 ilustra-se um diagrama simplificado do sistema MIMO com detecção por relaxação semidefinida, sendo que no bloco “Estratégia de aproximação para solução real” será utilizado neste trabalho a estratégia de aproximação *rank-1* ou randomização, ou ainda a técnica de busca local com distância de Hamming igual a 1, 2 ou 3 (1-opt LS, 2-opt LS e 3-opt LS, respectivamente).



**Figura 3.1:** Diagrama simplificado do sistema MIMO enfatizado o processo da solução aproximada SDR e seu mapeamento para a solução do problema detecção MIMO real.

### 3.3.3 Aproximação *rank*-1

A aproximação *rank*-1 é utilizada de forma a calcular uma solução para o problema não-convexo,  $\mathbf{x}^*$ , proveniente da solução encontrada para o problema convexo,  $\mathbf{X}^*$ . Como  $\mathbf{X}^* = \mathbf{x}^* \mathbf{x}^{*\text{T}}$ , caso  $\mathbf{X}^*$  tenha posto igual 1, o vetor-solução  $\mathbf{x}^*$  será único e ótimo tanto para o problema convexo quanto para o não-convexo. Contudo, se o *rank* for maior que 1, o vetor-solução não é obtido de forma imediata. Com a aproximação de *rank*-1, assume-se que toda solução  $\mathbf{X}^*$  é *rank* 1. A aproximação *rank*-1 foi implementada conforme o Algoritmo 2.

---

#### Algoritmo 2 Aproximação *rank*-1

---

1. Decomposição em autovalores ( $\lambda$ ) e autovetores ( $\mathbf{q}$ ):

$$\mathbf{X}^* = \sum_{i=1}^{2M+1} \lambda_i \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^{\text{T}} \quad (3.16)$$

2. Encontra-se o maior autovalor:

$$a = \arg \max_i \lambda_i \quad (3.17)$$

3. Toma-se  $\mathbf{x}^*$  como sendo o slicer dentro da constelação utilizada do autovetor associado ao maior autovalor:

$$\mathbf{x}^* = \text{slicer}(\mathbf{q}_a) \quad (3.18)$$

Sendo  $\text{slicer}(\cdot)$  a aproximação para o valor mais próximo dentro da constelação utilizada

4. A estimativa para os símbolos transmitidos na forma real é obtida através do vetor  $\mathbf{x}^*$  com exceção da última posição:

$$\hat{s}_i = x_i^*, \quad i = 1, \dots, 2M \quad (3.19)$$


---

### 3.3.4 Randomização Uniforme

Neste trabalho foi utilizado um procedimento de randomização, baseado em (KIALIOU; LUO, 2005) e descrito através do Algoritmo 3.

---

#### Algoritmo 3 Randomização

---

1. Decomposição em autovalores ( $\lambda$ ) e autovetores ( $\mathbf{q}$ ):

$$\mathbf{X}^* = \sum_{i=1}^{2M+1} \lambda_i \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^T \quad (3.20)$$

2. Toma-se o vetor  $\mathbf{v}_i$  como sendo:

$$\mathbf{v}_i = \sqrt{\lambda_i} \mathbf{q}_i \quad i = 1, \dots, 2M + 1 \quad (3.21)$$

3. Escolha de  $a$  tal que o vetor  $\mathbf{v}_a$  corresponda ao maior autovalor:

$$a = \arg \max_i \lambda_i \quad (3.22)$$

4. Define a distribuição:

$$\begin{aligned} \Pr\{x_i = +1\} &= (1 + v_{ai})/2 \\ \Pr\{x_i = -1\} &= (1 - v_{ai})/2 \end{aligned} \quad (3.23)$$

sendo  $v_{ai}$  o escalar correspondente a  $i$ -ésima posição do vetor  $\mathbf{v}_a$ .

5. Geram-se  $S_{\text{rand}}$  vetores amostras i.i.d.  $\bar{\mathbf{x}}_l$ ,  $l = 1, \dots, S_{\text{rand}}$ , sendo que cada posição  $\bar{x}_{li}$ ,  $i = 1, \dots, 2M + 1$ , é obtida através da distribuição descrita na equação (3.23).
6. Para as  $S_{\text{rand}}$  amostras determina-se  $\bar{\mathbf{x}}_l = -\bar{\mathbf{x}}_l$  se a  $M$ -ésima posição do vetor  $\bar{\mathbf{x}}_l$  for igual a  $-1$ .
7. Calcula-se  $p$  como sendo:

$$p = \arg \min_l \bar{\mathbf{x}}_l^T \mathbf{Q} \bar{\mathbf{x}}_l \quad (3.24)$$

8. Toma-se  $\mathbf{x}^*$  como sendo:

$$\mathbf{x}^* = \bar{\mathbf{x}}_p \quad (3.25)$$

9. A estimativa para os símbolos transmitidos na forma real é obtida através do vetor  $\mathbf{x}^*$  com exceção da última posição:

$$\hat{s}_i = x_i^*, \quad i = 1, \dots, 2M \quad (3.26)$$


---

### 3.3.5 Randomização Gaussiana

Trata-se de uma forma de randomização mais comumente utilizada na literatura, a qual tem demonstrado bons resultados com elevado número de antenas (LUO et al., 2010). Neste trabalho, alternativamente, foi utilizado o procedimento de randomização Gaussiana baseado em (WIESEL; ELDAR; SHITZ, 2005) e descrito no Algoritmo 4.

---

#### Algoritmo 4 Randomização Gaussiana

---

1. Fatoração de Cholesky na matriz solução de ((3.11)):

$$\mathbf{X}^* = \mathbf{U}^T \mathbf{U} \quad (3.27)$$

2. Seja  $\mathbf{u}_i$  a  $i$ -ésima coluna de  $\mathbf{U}$
3. Gera-se  $\mathbf{r}$  como sendo um vetor aleatório uniformemente distribuído em uma esfera unitária de dimensão  $(2M + 1)$ .
4. Determina-se  $\mathbf{x}_g$  como sendo:

$$\mathbf{x}_{g_i} = \text{slicer} \left( \frac{\mathbf{u}_i^T \mathbf{r}}{\mathbf{u}_{2M+1}^T \mathbf{r}} \right), \quad i = 1, \dots, 2M + 1 \quad (3.28)$$

5. Calcula-se  $k$  como sendo:

$$k_i = \mathbf{x}_g^T \mathbf{L} \mathbf{x}_g, \quad i = 1, \dots, S_g \quad (3.29)$$

6. Repetem-se os passos 3, 4 e 5 por  $S_g$  vezes.
7. Escolhe-se o vetor  $\mathbf{x}_g$  que minimizou  $k$ .
8. A estimativa para os símbolos transmitidos na forma real é obtida através do vetor  $\mathbf{x}_g$  com exceção da última posição:

$$\hat{s}_i = \mathbf{x}_{g_i}, \quad i = 1, \dots, 2M \quad (3.30)$$


---

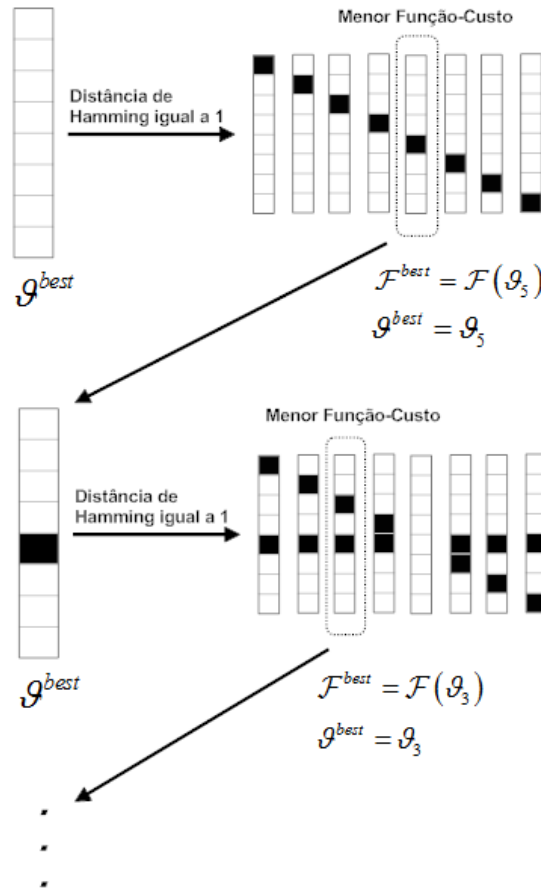
### 3.3.6 Busca Local (LS)

O algoritmo LS é um método de otimização que se caracteriza pela varredura em uma vizinhança pré-estabelecida do universo de busca (AARTS; LENSTRA, 2003). Nesse método, é importante a escolha da solução inicial e a limitação da vizinhança para se encontrar uma solução válida com uma complexidade computacional aceitável.

O algoritmo  $k$ -opt LS procura por uma solução ao redor de uma vizinhança



composta por todas as possíveis soluções cuja distância de Hamming<sup>3</sup> é igual a  $k$ . A cada nova iteração de busca no LS, todos os vetores com distância de Hamming igual a  $k$ , chamados de vetores-candidatos ( $\vartheta$ ), são avaliados através do cômputo da função-custo ( $\mathcal{F}$ ), equação (3.31). O melhor vetor obtido através da avaliação é então adotado como sendo o novo ponto base de cálculo da vizinhança para a próxima iteração. A figura 3.2 esquematiza o funcionamento simplificado do 1-opt LS.



**Figura 3.2:** Diagrama simplificado do funcionamento do algoritmo heurístico 1-opt LS.

O vetor-candidato inicial tomado como base para cálculo da vizinhança com distância de Hamming igual a  $k$  é dado pela solução obtida com a aproximação *rank-1*. Para cada ordem  $k$  do algoritmo  $k$ -opt LS são, obviamente, gerados diferentes quantidades de vetores-candidatos. Neste trabalho, utilizou-se os algoritmos de ordem  $k$  igual a 1, 2 ou 3. Desta forma, foi realizado um cálculo do número de candidatos obtidos com tais ordens  $k$  do algoritmo LS.

Como é adotado constelação QPSK para os símbolos transmitidos pelas  $M$  antenas transmissoras, é feita a conversão dos símbolos para valores reais com o

<sup>3</sup>A distância de Hamming entre dois vetores é o número de bits diferentes entre eles

custo da duplicação de sua dimensão, conforme descrito na equação (3.2). Portanto, cada vetor-candidato terá a dimensão de  $2M$ . O número total de vetores-candidatos,  $Q$ , para cada ordem  $k$  do SDR- $k$ -LS é descrito abaixo:

- SDR-1-LS: O número total de vetores-candidatos ( $\vartheta$ ) será de  $Q = 2M$ .
- SDR-2-LS: O número total de vetores-candidatos ( $\vartheta$ ) será de  $Q = 2M^2 + M$ .
- SDR-3-LS: O número total de vetores-candidatos ( $\vartheta$ ) será de  $Q = 2M + \sum_{b=2}^{2M} \frac{b(b-1)}{2}$ . Este valor pode ser aproximado por uma linearização através da ferramenta “*cftool*” do MATLAB<sup>®</sup> resultando em um polinômio cúbico da forma  $Q \approx 1,333M^3 + 1,667M$

Todos vetores-candidatos têm sua aptidão avaliada por uma função-custo que é baseada na função de verossimilhança (ML) descrita na equação (3.1) sendo reescrita conforme demonstrado na seção 3.3, resultando na função-custo para o algoritmo LS, equação (3.31). Sendo o melhor vetor-candidato aquele que minimiza a equação (3.32).

$$\mathcal{F}(\vartheta_q) = \vartheta_q^T \mathbf{L} \vartheta_q \quad \text{onde } q = 1, \dots, Q \quad (3.31)$$

$$\mathcal{F}_{\text{best}} = \min \vartheta_q^T \mathbf{L} \vartheta_q \quad (3.32)$$

O algoritmo do SDR- $k$ -LS aplicado neste trabalho é descrito no Algoritmo 6.

### 3.4 Detecção SDR-MIMO Auxiliada por Redução Treliça (LR-SDR-MIMO)

Estudos de desempenho sugerem que a redução treliça usada no auxílio da detecção torna-se interessante quando constelações de alta ordem e/ou elevado número de antenas no transmissor e receptor são necessários. Nestas condições de operação, a detecção MIMO auxiliada por redução treliça fornece soluções de baixa complexidade computacional (WINDPASSINGER et al., 2006; MA; ZHANG, 2008). Justamente nestes cenários, com ordens de modulação de 16-QAM, 64-QAM ou até mesmo 256-QAM, o desempenho do detector SDR puro mostra-se pouco satisfatório quando comparado ao detector ótimo ML (WIESEL; EL-DAR; SHITZ, 2005; SHAO; CHEUNG; YUK, 2010). Em (BAI; CHEN; CHOI, 2010), é utilizada a técnica LR na pré-deteção para tratar o problema de canais MIMO

---

**Algoritmo 5** SDR- $k$ -LS
 

---

1. Decomposição em autovalores ( $\lambda$ ) e autovetores ( $\mathbf{q}$ ):

$$\mathbf{X}^* = \sum_{i=1}^{2M+1} \lambda_i \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^T \quad (3.33)$$

2. Encontra-se o maior autovalor:

$$a = \arg \max_i \lambda_i \quad (3.34)$$

3. Toma-se  $\mathbf{x}^*$  como sendo a função sinal do autovetor associado ao maior autovalor:

$$\mathbf{x}^* = \text{sgn}(\mathbf{q}_a) \quad (3.35)$$

4. Obtém-se o vetor-candidato inicial como sendo o vetor  $\mathbf{x}^*$ :

$$\vartheta_{\text{best}} = x_i^* \quad , \quad i = 1, \dots, 2M + 1 \quad (3.36)$$

5. Avalia-se  $\vartheta_{\text{best}}$  de acordo com a função-custo da equação (3.31) e toma-se:

$$\mathcal{F}_{\text{best}} = \min \vartheta_{\text{best}}^T \mathbf{L} \vartheta_{\text{best}} \quad (3.37)$$

6. Geram-se  $Q$  vetores-candidatos a partir de  $\vartheta_{\text{best}}$  de acordo com a ordem  $k$  do algoritmo

7. Avalia-se cada vetor-candidato,  $\vartheta$ , de acordo com:

$$\mathcal{F}(\vartheta_q) = \vartheta_q^T \mathbf{L} \vartheta_q \quad \text{onde } q = 1, \dots, Q \quad (3.38)$$

8. Compara-se a melhoria no valor da função-custo em relação a  $\mathcal{F}_{\text{best}}$ :

$$g = \mathcal{F}_{\text{best}} - \mathcal{F}(\vartheta_q) \quad (3.39)$$

9. Em caso de melhora ( $g > 0$ ), retorna-se ao passo 6 com o  $\vartheta_q$  que obteve a menor função-custo como sendo  $\vartheta_{\text{best}}$

10. Em caso contrário ( $g < 0$ ), encerra-se o algoritmo tomando os símbolos transmitidos estimados na forma real como o melhor vetor-candidato global com exceção da última posição:

$$\hat{s}_i = \vartheta_{\text{best}_i}, \quad i = 1, \dots, 2M \quad (3.40)$$


---

sub-determinados. Portanto, o uso do detector SDR-MIMO auxiliado por LR potencialmente pode tornar-se uma proposta de bastante interesse e, possivelmente, promissora.

O emprego da técnica LR na fase de pré-deteção consiste na geração de uma matriz unimodular que multiplicada pela matriz dos coeficientes de canal possibilitará a obtenção de uma matriz de canal transformada cujas colunas resultam mais próximas da condição de ortogonalidade. Isto se deve ao fato da matriz unimodular representar uma base de sinais de menor ordem daquela originalmente contida na matriz de canal. Em seguida, a matriz de canal reduzida é utilizada na deteção por relaxação semidefinida, podendo ser agregada ao SDR uma técnica de estimação de baixíssima complexidade para a solução do problema não-convexo  $\mathbf{x}^*$  da Fig. 3.1, por exemplo a utilização da técnica de busca local (LS). Esta consequente redução no esforço de deteção se deve ao fato de que os sinais recebidos nas  $N$  antenas receptoras provenientes das  $M$  antenas transmissoras resultam mais separáveis entre si devido à transformação de redução treliça, ou seja, os  $M$  vetores-coluna da matriz de canal transformada resultam mais próximos da ortogonalidade. O vetor de símbolos estimados é então remapeado ao seu domínio original utilizando a inversa da matriz unimodular.

A matriz dos coeficientes de canal na forma real  $\mathbf{H}$  é transformada utilizando a matriz unimodular  $\mathbf{T}$ , obtida através do algoritmo LLL (ver apêndice B), no intuito de se obter uma matriz  $\tilde{\mathbf{H}}$  de base reduzida:

$$\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{HT} \quad (3.41)$$

onde  $\mathbf{T}$  é uma matriz unimodular  $2M \times 2M$ , o que significa que  $\mathbf{T}$  e  $\mathbf{T}^{-1}$  são compostas somente por valores inteiros e o determinante de  $\mathbf{T}$  é igual a 1 ou  $-1$ .

O vetor de símbolos transmitidos na forma real,  $\mathbf{s}$ , é considerado em uma base reduzida gerando o vetor  $\mathbf{z}$ . Desta forma, o vetor de sinais recebidos nas  $N$  antenas receptoras,  $\mathbf{y}$ , resulta semelhante a equação (3.3). Portanto, não há processamento adicional no lado transmissor, como é mostrado na figura 3.3.

$$\mathbf{z} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{s} \quad (3.42)$$

$$\mathbf{y} = \tilde{\mathbf{H}}\mathbf{z} + \boldsymbol{\eta} = (\mathbf{HT})(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{s}) + \boldsymbol{\eta} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \boldsymbol{\eta} \quad (3.43)$$

A função-objetivo do problema de otimização SDR com redução treliça incorporado pode ser descrita como:

$$\min_{\mathbf{w}} \quad \text{tr}(\mathbf{JW}) \quad (3.44)$$

$$\text{com: } \mathbf{J} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}^T \tilde{\mathbf{H}} & -\tilde{\mathbf{H}}^T \mathbf{y} \\ -\mathbf{y}^T \tilde{\mathbf{H}} & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}^T & 1 \end{bmatrix}^T; \quad \mathbf{W} = \mathbf{w} \mathbf{w}^T.$$

Aplicando a decomposição em blocos na matriz  $\mathbf{W}$  de posto igual a 1, tem-se:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{1,1} & \mathbf{W}_{1,2} \\ \mathbf{W}_{2,1} & \mathbf{W}_{2,2} \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

$$\text{sendo: } \quad \mathbf{W}_{1,1} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{x} \mathbf{x}^T (\mathbf{T}^{-1})^T; \quad \mathbf{W}_{1,2} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{x}; \\ \mathbf{W}_{2,1} = \mathbf{x}^T (\mathbf{T}^{-1})^T; \quad \mathbf{W}_{2,2} = 1.$$

Assim, o problema de otimização SDR auxiliado por redução treliça (LR-SDR) pode ser descrito como:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{W}} \quad & \text{tr}(\mathbf{J} \mathbf{W}) \\ \text{s.t.} \quad & I_L \mathbf{I} \geq \text{diag}(\mathbf{T} \mathbf{W}_{1,1} \mathbf{T}^T) \geq S_L \mathbf{I}; \\ & \mathbf{W}_{2,2} = 1; \\ & \mathbf{W} \succeq 0. \end{aligned} \quad (3.46)$$

A solução convexa  $\mathbf{W}^*$  é aproximada através de um dos métodos de baixa complexidade discutidos anteriormente para obtenção de  $\mathbf{w}^*$ , o vetor  $\hat{\mathbf{z}}$  pode ser obtido através de  $\mathbf{w}^*$  com exceção da última posição, ou seja:

$$\hat{z}_i = w_i^*, \quad i = 1, \dots, 2M \quad (3.47)$$

Ao final, a solução do problema real que compõe o vetor de símbolos transmitidos estimados pode ser obtida aplicando-se a transformação:

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{T} \hat{\mathbf{z}} \quad (3.48)$$

A figura 3.3 ilustra o diagrama simplificado do sistema MIMO por relaxação semidefinida auxiliado por redução treliça explicado nesta seção.

---

**Algoritmo 6** LR-SDR
 

---

1. A partir da matriz contendo as estimativas dos coeficientes de canal,  $\mathbf{H}$ , obtenção da matriz unimodular,  $\mathbf{T}$ , através do algoritmo LLL (ver apêndice B)
2. Geração da matriz dos coeficientes de canal de base reduzida através da transformação:

$$\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H}\mathbf{T} \quad (3.49)$$

3. Geração da matriz auxiliar para formação do problema de otimização:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}^T \tilde{\mathbf{H}} & -\tilde{\mathbf{H}}^T \mathbf{y} \\ -\mathbf{y}^T \tilde{\mathbf{H}} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

4. Considera-se:

$$\mathbf{z} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{s} \quad ; \quad \mathbf{w} = [\mathbf{z}^T \ 1]^T \quad ; \quad \mathbf{W} = \mathbf{w}\mathbf{w}^T \quad (3.51)$$

5. Resolução do problema de otimização SDR auxiliado por LR:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{W}} \quad & \text{tr}(\mathbf{J}\mathbf{W}) \\ \text{s.t.} \quad & I_L \mathbf{I} \geq \text{diag}(\mathbf{T}\mathbf{W}_{1,1}\mathbf{T}^T) \geq S_L \mathbf{I}; \\ & \mathbf{W}_{2,2} = 1; \\ & \mathbf{W} \succeq 0. \end{aligned} \quad (3.52)$$

sendo  $I_L = \min_{a \in \mathcal{A}} a^2$ ;  $S_L = \max_{a \in \mathcal{A}} a^2$  e  $\mathbf{I}$  a matriz identidade.

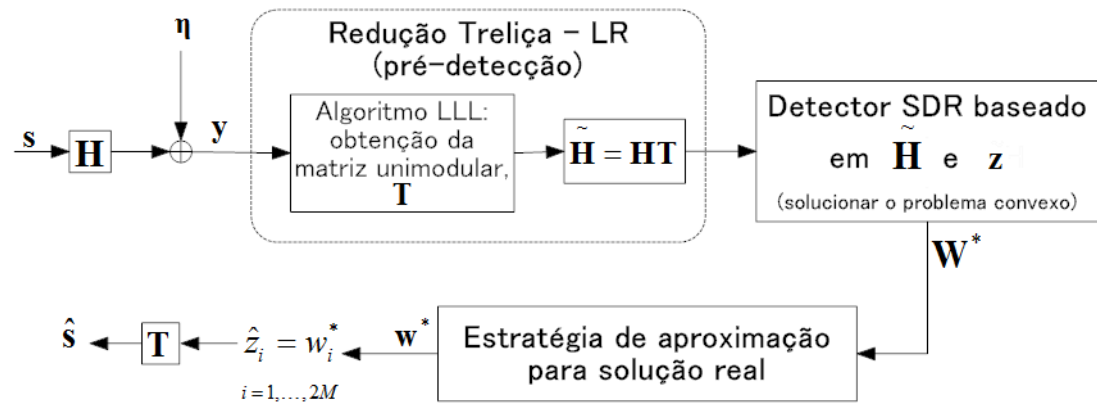
6. A partir da solução convexa,  $\mathbf{W}^*$ , obtém-se o vetor  $\mathbf{w}^*$  através de um dos métodos de aproximação discutidos neste trabalho: aproximação *rank-1*, randomização ou busca local
7. O vetor  $\hat{\mathbf{z}}$  é obtido através de  $\mathbf{w}^*$  com exceção da última posição:

$$\hat{z}_i = w_i^*, \quad i = 1, \dots, 2M \quad (3.53)$$

8. A solução do problema real que compõe o vetor de símbolos transmitidos estimados é obtida aplicando-se a transformação:

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{T}\hat{\mathbf{z}} \quad (3.54)$$


---



**Figura 3.3:** Diagrama simplificado do sistema MIMO com detector SDR auxiliado por LR.

## 4 Resultados de Simulação

As simulações realizadas neste trabalho seguem o método Monte Carlo (MCS - *Monte Carlo simulation*) (SOBOL, 1994; JERUCHIM; BALABAN; SHANMUGAN, 2000). O número de erros por ponto variou entre 50 a 500, dependendo da região de SNR simulada. Inicialmente, o desempenho do sistema MIMO, com os diferentes tipos de detectores discutidos nas seções anteriores, foi avaliado operando no modo de ganho de multiplexação sob canais Rayleigh plano e modulações QPSK, 16-QAM, 64-QAM ou 256-QAM.

Para o algoritmo estimador BPF, adotou-se  $N_s = 300$  partículas, sendo um valor de compromisso, visto que com 300 partículas, o estimador BPF atinge um desempenho satisfatório com a manutenção da complexidade computacional em um patamar factível (RIBEIRO; MUSSI; ABRÃO, 2011).

Os resultados numéricos preliminares de simulação serão apresentados da seguinte forma: na seção 4.1 é analisada a convergência do detector SDR-MIMO através do número de iterações dos algoritmos de randomização e LS; a seção 4.2 traz figuras de mérito obtidas em condições de ICSI com diferentes faixas de erros uniformes e gaussianos; a seção 4.3 evidencia o desempenho do detector SDR face aos dois desempenhos de referência, o V-BLAST e o detector ótimo ML quando utiliza-se a técnica de seleção de antenas (AS) no transmissor e/ou receptor; a seção 4.4 traz os resultados obtidos com o uso do estimador BPF, compara-se a perda de desempenho em relação às condições de PCSI e ICSI; na seção 4.5 são apresentados os resultados numéricos de desempenhos gerais do detector SDR com estratégias de aproximação *rank-1*, randomização ou LS.

Para efeito de referência e sempre que possível (computacionalmente realizável), o desempenho ML foi incluído nos gráficos de desempenho deste Capítulo. O desempenho ML foi obtido para a condição PCSI, avaliando-se entre todas as combinações de símbolos possíveis e observando-se a dimensionalidade das antenas transmissoras, utilizadas em cada cenário. Obviamente, a solução encontrada neste teste exaustivo é o vetor de símbolos que minimiza a equação (3.1), a qual tem como métrica a distância Euclidiana. O desempenho ML representa o limi-



tante de desempenho a ser atingido por qualquer método de detecção aproximativo ou sub-ótimo.

## 4.1 Convergência dos Algoritmos

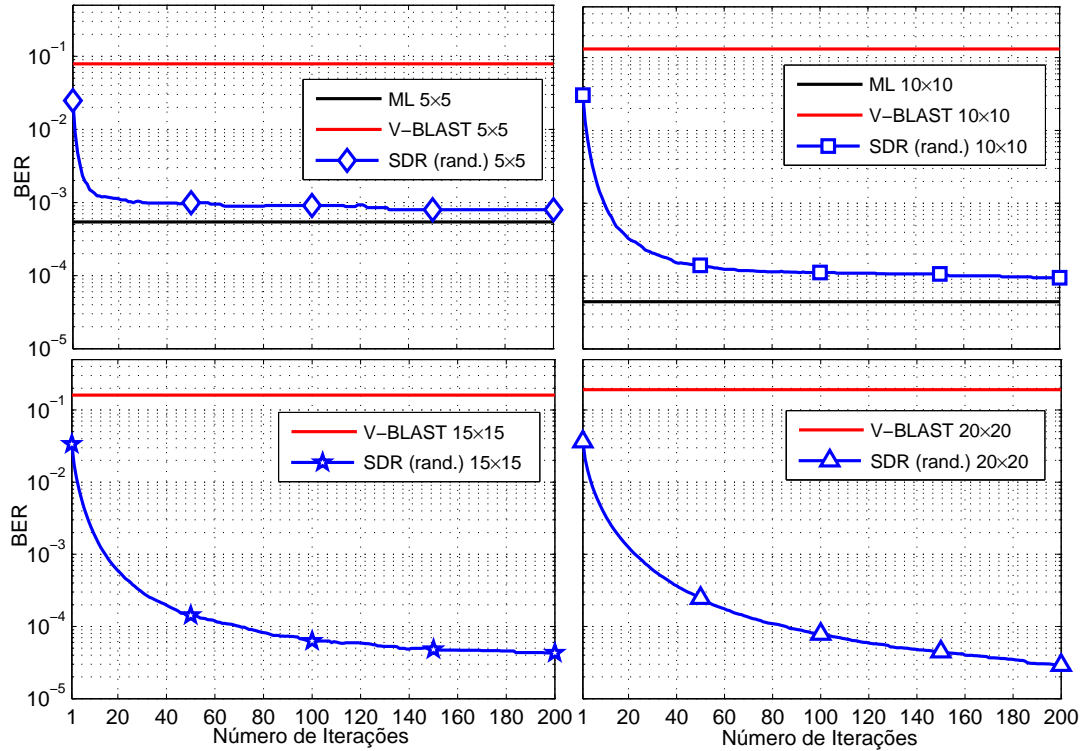
Os algoritmos de randomização e LS abordados neste trabalho têm sua eficiência dependente do número de iterações realizadas. Desta forma, foi feito um estudo para determinação do número de iterações necessárias para a convergência em termos de desempenho de tais algoritmos sobre diversas condições de canal MIMO.

### 4.1.1 SDR (randomização)

O algoritmo de randomização implementado neste trabalho necessita de um número fixo de amostras, conforme o algoritmo 3, ou seja, cada conjunto de amostras uniformes geradas para os símbolos estimados é considerada uma iteração. A figura 4.1 apresenta o desempenho do detector SDR utilizando a estratégia de randomização em canais MIMO  $5 \times 5$ ,  $10 \times 10$ ,  $15 \times 15$  e  $20 \times 20$  com  $SNR_{dB} = 14dB$  e PCSI. Nota-se que a convergência do algoritmo de randomização necessita de um maior número de iterações com o aumento do número de antenas transmissoras e receptoras. Com exceção do caso com  $M = N = 20$ , cerca de 150 iterações são necessárias para atingir a convergência em termos de desempenho do detector SDR utilizando a randomização.

### 4.1.2 SDR- $k$ -LS

O número de iterações,  $S_{LS}$ , necessárias à convergência do algoritmo LS é de difícil determinação, devido ao fato que a ordem  $k$  do algoritmo influencia na sua convergência; ou seja, gerando-se um número diferente de vetores-candidatos a quantidade de iterações necessárias para a convergência em termos de BER é alterada. Outro fator que dificulta esta análise deve-se à característica do algoritmo LS implementado; conforme descrito no algoritmo 6, o número de iterações é determinado ao longo das interações, quando não mais houver melhoria na função-custo, ou seja, nenhum dos vetores-candidatos obtiver uma função-custo menor que a  $\mathcal{F}_{best}$ . Isto se dá devido a própria característica da heurística LS em que não existem estratégias para fugas de mínimos locais (AARTS; LENSTRA, 2003).

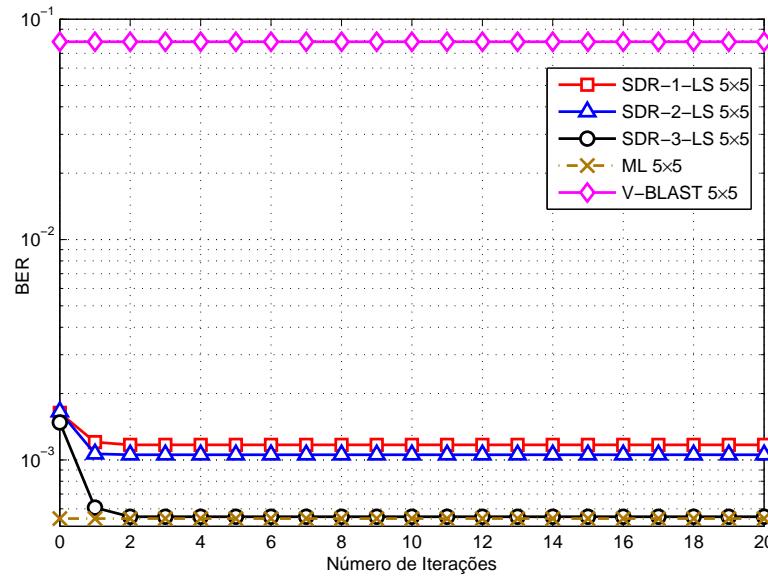


**Figura 4.1:** Estudo do número de iterações necessárias para a convergência do algoritmo de randomização aplicado ao detector SDR;  $SNR_{dB} = 14dB$  e PCSI.

Apesar destas dificuldades, o estudo do número de iterações é necessário para uma análise em termos de desempenho  $\times$  complexidade do detector. A complexidade computacional do algoritmo  $k$ -opt LS implementado neste trabalho encontra-se no capítulo 5.

Na figura 4.2 mostra-se a variação do número de iterações do algoritmo SDR- $k$ -LS em relação ao desempenho em termos de BER em um canal MIMO  $5 \times 5$ , considera-se  $SNR = 14dB$  e PCSI. Pode-se perceber que para qualquer ordem  $k$  do algoritmo, a convergência ocorreu com 2 iterações sendo que a primeira iteração traz o maior *gap* de desempenho e a segunda iteração traz apenas uma melhora marginal no desempenho. O uso da ordem  $k$  igual 1 ou 2 neste cenário trouxe uma melhoria marginal no desempenho.

A figura 4.3 traz a variação do número de iterações do algoritmo SDR- $k$ -LS  $10 \times 10$  em relação ao desempenho em termos de BER, considera-se  $SNR = 14dB$  e PCSI. A convergência para os detectores SDR- $k$ -LS ocorreu com 2 iterações. Para todos os detectores, a primeira iteração traz o maior *gap* de desempenho e a segunda iteração traz apenas uma melhora marginal no desempenho. O uso da ordem  $k$  igual 1 ou 2 neste cenário trouxe uma melhoria significativa no desempenho, enquanto que, o desempenho dos detectores SDR-2-LS e SDR-3-LS tem diferença menos significativa. O *gap* presente entre o SDR-3-LS e o



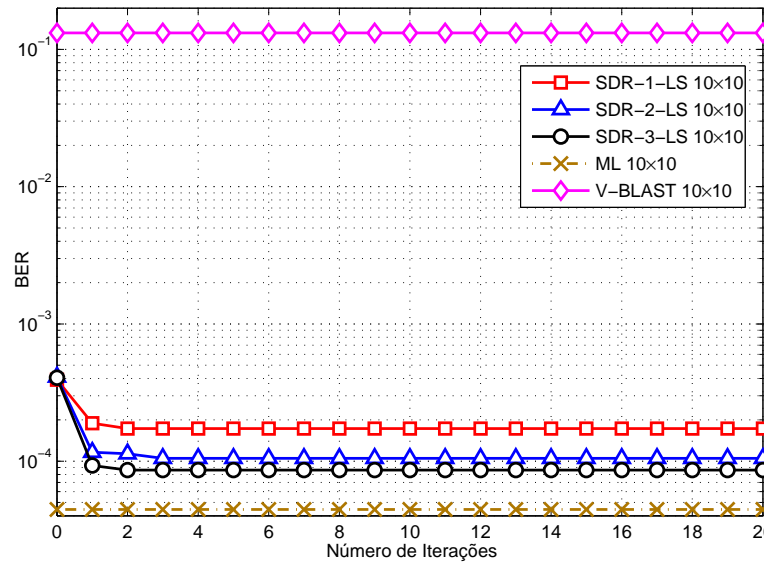
**Figura 4.2:** Estudo do número de iterações necessárias para a convergência do SDR- $k$ -LS  $5 \times 5$  para diferentes ordens  $k$ ; SNR = 14dB e PCSI.

detector ótimo ML é apenas marginal. Conforme será mostrado na seção 4.5, o desempenho do detector SDR-3LS  $10 \times 10$  é quase-ótimo para toda a faixa de SNR avaliada, conforme indicado na figura 4.16.

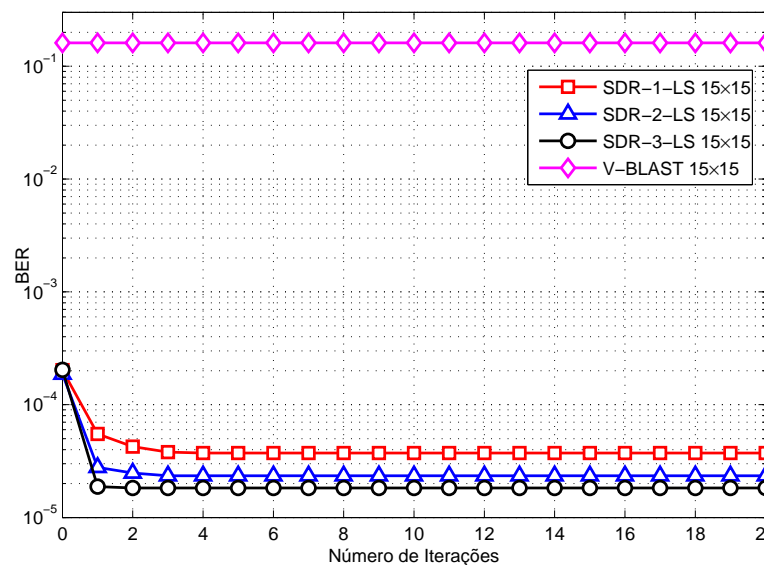
Note-se também que pela própria característica da detecção SDR, considerada uma técnica sub-ótima, o desempenho atingível é marginalmente inferior ao ótimo, embora propicie desempenhos muito próximos ao detector ML com uma complexidade consideravelmente menor. Este caracter sub-ótimo se torna mais evidente quando o número de antenas é incrementado, como pode ser observado comparando-se os desempenhos da figura 4.2 com o da figura 4.3.

A figura 4.4 compara o desempenho do detector SDR- $k$ -LS  $15 \times 15$  em relação a quantidade de iterações realizadas no algoritmo LS; novamente, considera-se SNR = 14dB e PCSI. Para todos detectores a primeira iteração trouxe o maior aumento de desempenho. Para os detectores SDR-1-LS e SDR-2-LS, a convergência ocorreu em 3 iterações, sendo que a terceira iteração traz uma melhora pouco significativa. O SDR-3-LS convergiu com apenas 1 iteração. Devido a uma limitação do recurso computacional disponível, não foi possível obter resultados para o desempenho ótimo ML.

Na figura 4.5 compara-se o desempenho do detector SDR- $k$ -LS  $20 \times 20$  em relação a quantidade de iterações realizadas no algoritmo LS, considera-se SNR = 14dB e PCSI. Para o detector SDR-1-LS, a convergência ocorreu em 3 iterações, sendo que a terceira iteração traz uma melhora pouco significativa. O SDR-2-LS convergiu com 2 iterações com desempenho praticamente igual ao detector SDR-



**Figura 4.3:** Estudo do números de iterações necessárias para a convergência do SDR- $k$ -LS  $10 \times 10$  para diferentes ordens  $k$ ; SNR = 14dB e PCSI.

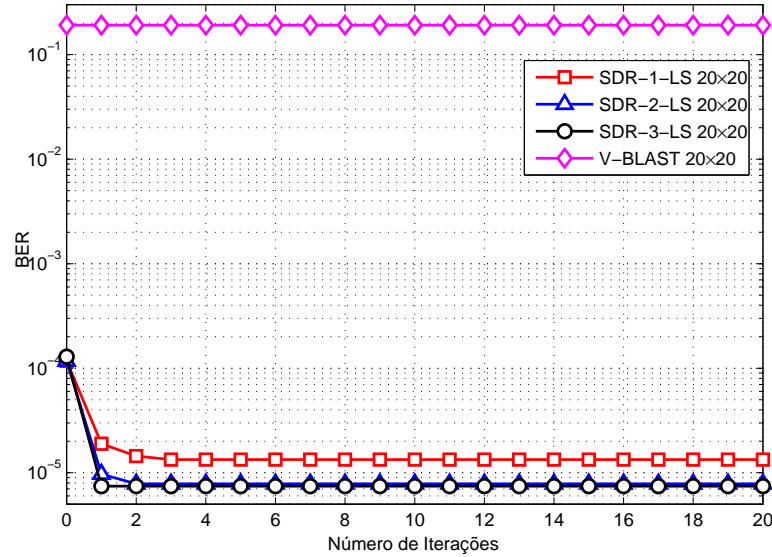


**Figura 4.4:** Estudo do números de iterações necessárias para a convergência do SDR- $k$ -LS  $15 \times 15$  para diferentes ordens  $k$ ; SNR = 14dB e PCSI.

3-LS que convergiu com apenas 1 iteração. Novamente, devido a uma limitação do recurso computacional disponível, não foi possível obter resultados para o desempenho ótimo ML.

Comparando-se os resultados de simulação desta seção, percebe-se que para todos cenários analisados que a primeira iteração do algoritmo LS traz uma melhora relevante no desempenho, enquanto que as iterações restantes proporcionam *gaps* cada vez menores na melhoria do desempenho. A diferença marginal de desempenho entre os detectores SDR-2-LS e SDR-3-LS, com exceção do caso da

figura 4.2, o qual utiliza canal MIMO  $5 \times 5$ , pode ser explicada pela região de operação do sistema MIMO de média SNR, para todos os casos.



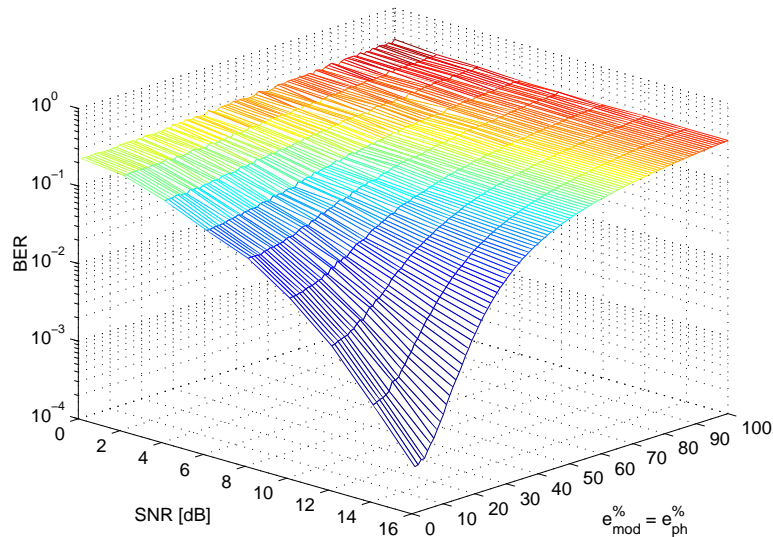
**Figura 4.5:** Estudo do números de iterações necessárias para a convergência do SDR- $k$ -LS  $20 \times 20$  para diferentes ordens  $k$ ; SNR = 14dB e PCSI.

## 4.2 Robustez a ICSI com Erros Aleatórios Agregados

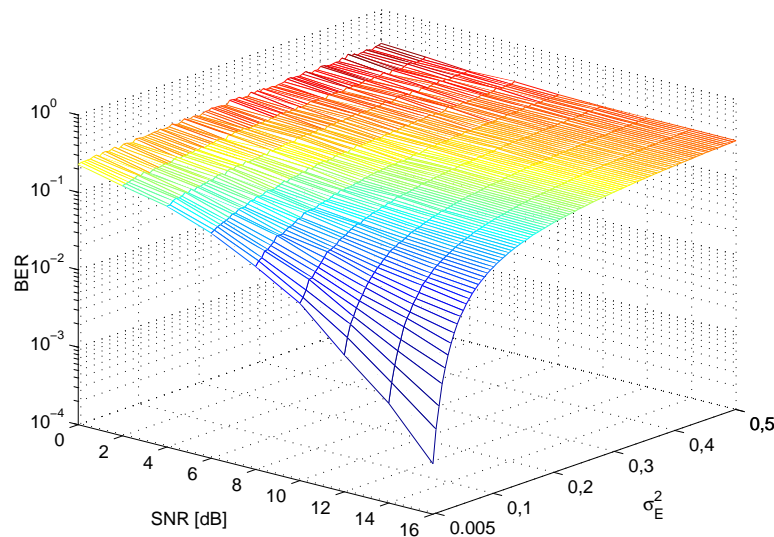
Mostrou-se na seção 2.3 que a geração de erros nas estimativas dos coeficientes de canal pode ser feita através de distribuições Uniforme ou Gaussiana. Nota-se que na literatura o emprego de distribuições Gaussianas para descrever as estimativas imperfeitas dos coeficientes de canal é comumente utilizado (LIANG; ZHU; CAO, 2006; THIAN; GOLDSMITH, 2010). Buscando uma equivalência para os modelos de erros dos coeficientes com distribuição Uniforme e Gaussiana agregados às estimativas de canal, nesta seção são gerados resultados de simulação e as respectivas figuras de mérito para análise de equivalência das duas distribuições, tendo em vista, em última instância, caracterizar a sensibilidade dos detectores MIMO face aos erros nas estimativas de canal.

A figura 4.6 mostra resultados de desempenho para o SDR  $5 \times 5$  utilizando aproximação  $rank-1$  sujeito a ICSI. Tais imperfeições nas estimativas dos coeficientes de canal foram modeladas através de erros uniformes com variação de  $e_{\text{mod}}^{\%} = e_{\text{ph}}^{\%} = 1\%$  a  $100\%$ . Observa-se que para valores de  $e_{\text{mod}}^{\%} = e_{\text{ph}}^{\%}$  acima de  $20\%$  há uma grande degradação de desempenho em relação à situação com estimativas perfeitas de canal (PCSI). Analogamente, a figura 4.7 mostra resultados do desempenho para o mesmo detector SDR  $5 \times 5$  utilizando aproximação  $rank-1$ ,

porém sujeito a erros nas estimativas de canal modelados através de distribuições Gaussianas com variância na faixa de  $\sigma_E^2 \in [0,005; 0,5]$ . Percebe-se que para valores de  $\sigma_E^2$  acima de 0,2 a degradação de desempenho é muito pronunciada. Portanto, pode-se estabelecer uma equivalência relativa entre a modelagem do erros de canal agregados seguindo distribuições Uniforme e Gaussiana, sendo que no restante deste trabalho, preferencialmente, foram adotados modelagem estocástica para os erros nas estimativas dos coeficientes de canal seguindo distribuições uniformes.



**Figura 4.6:** SDR  $5 \times 5$  utilizando aproximação *rank-1* com ICSI através de erros uniformes.



**Figura 4.7:** SDR  $5 \times 5$  utilizando aproximação *rank-1* com ICSI através de erros gaussianos.

A figura 4.8 analisa a robustez do detector SDR com  $M = N = 10$  e  $\alpha = \mu = 0$  em relação à ICSI, admitida distribuição Uniforme. Nota-se que o SDR com apro-

ximação  $rank-1$  é bastante robusto a erros da ordem de até 5% no módulo e fase nas estimativas dos coeficientes de canal. Nesta condição, o ganho de diversidade proporcionado pelo canal MIMO é praticamente inalterado. Com erros  $e_{\text{mod,ph}}^{\%} \approx 10\%$ , o ganho de desempenho ainda pode ser considerado apreciável, acima deste patamar há uma grande degradação, notadamente em médio e alto SNR. No entanto, mesmo com 20% de erro, o SDR ainda apresenta um desempenho superior ao detector V-BLAST com PCSI.

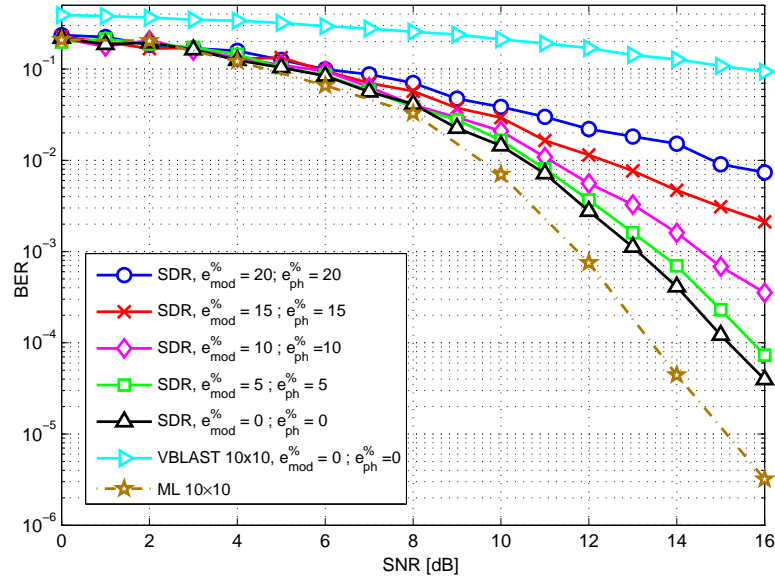
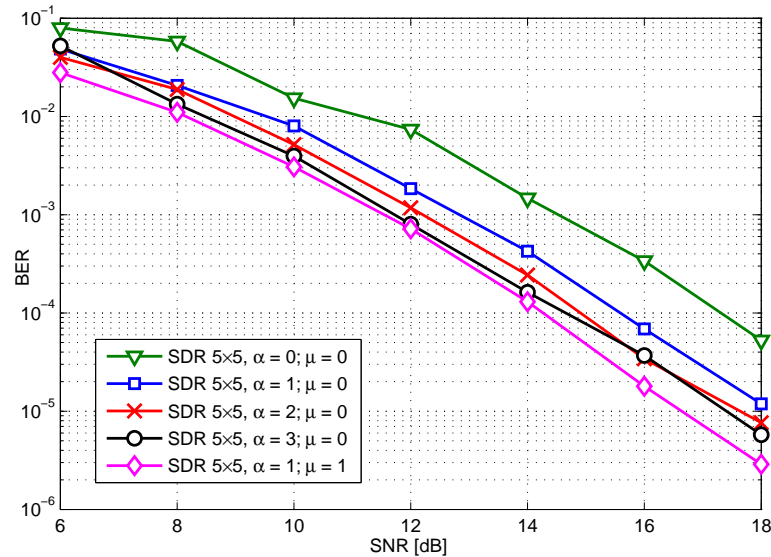


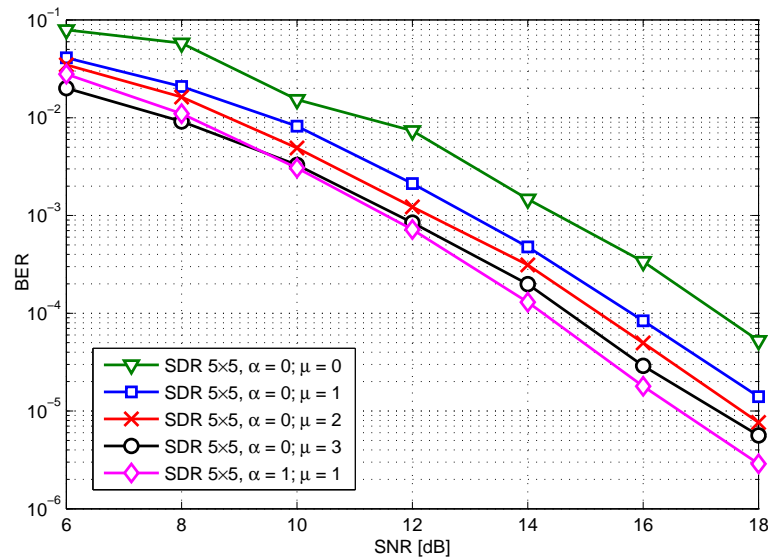
Figura 4.8: SDR  $10 \times 10$  utilizando aproximação  $rank-1$  com ICSI.

### 4.3 Seleção de Antenas (AS)

A figura 4.9 apresenta o desempenho do detector SDR com aproximação  $rank-1$ ,  $M = N = 5$  e  $e_{\text{mod}} = e_{\text{ph}} = 0$ , quando do uso da seleção de antenas no transmissor e a figura 4.10 sob mesmas condições, porém considerando o uso de seleção de antenas (AS) no receptor. Analisando os resultados, verifica-se que o uso de seleção de antenas tanto no transmissor quanto no receptor não trouxe grandes diferenças no ganho de diversidade,  $d \approx 4$ . No entanto, em função dos valores adotados para os fatores de seleção no Tx e Rx,  $\alpha$  e  $\mu$ , obteve-se ganho de desempenho constantes em toda região SNR analisada (curvas paralelas). Quando do uso da técnica AS separadamente no transmissor ou receptor ( $\alpha = 0$ ,  $\mu \geq 1$  ou  $\alpha \geq 1$ ,  $\mu = 0$ , respectivamente), obviamente o ganho obtido é menor em relação ao uso simultâneo no transmissor e receptor ( $\alpha \geq 1$  e  $\mu \geq 1$ ). Isto aconteceu mesmo quando aumentou-se a ordem da seleção de antenas para  $\alpha \geq 2$  ou  $\mu \geq 2$  com o uso da técnica separadamente no transmissor ou receptor.



**Figura 4.9:** SDR  $5 \times 5$  utilizando aproximação *rank-1* entre diferentes ordens na seleção de antenas no transmissor.



**Figura 4.10:** SDR  $5 \times 5$  utilizando aproximação *rank-1* entre diferentes ordens na seleção de antenas no receptor.

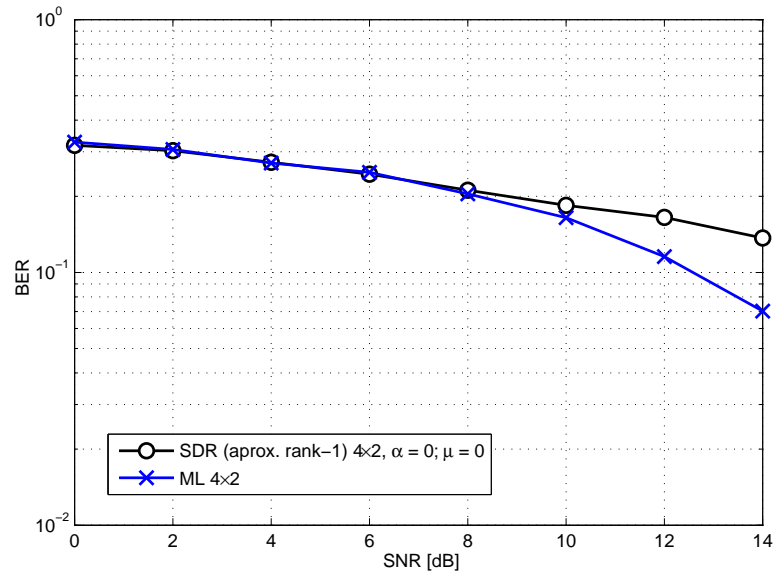
### 4.3.1 Seleção de Antenas em Sistemas Sub- e Sobre-Determinados

Na figura 4.11 e figura 4.12 têm-se, respectivamente, o desempenho do detector SDR utilizando aproximação *rank-1* em canais MIMO sub e sobre-determinados, respectivamente. Na figura 4.11 utiliza-se um canal MIMO sub-determinado com  $M = 4$ ,  $N = 2$  e PCSI. Nota-se que a detecção por relaxação semidefinida utilizada não resolve este tipo de cenário. Contudo, o desempenho do detector SDR é similar ao ML nas regiões de baixa e média SNR, i.e., até cerca de 8dB. O uso da técnica LR na pré-deteção foi utilizada em (BAI; CHEN; CHOI, 2010) para resolver cenários MIMO sub-determinados, sendo esta uma das promissoras

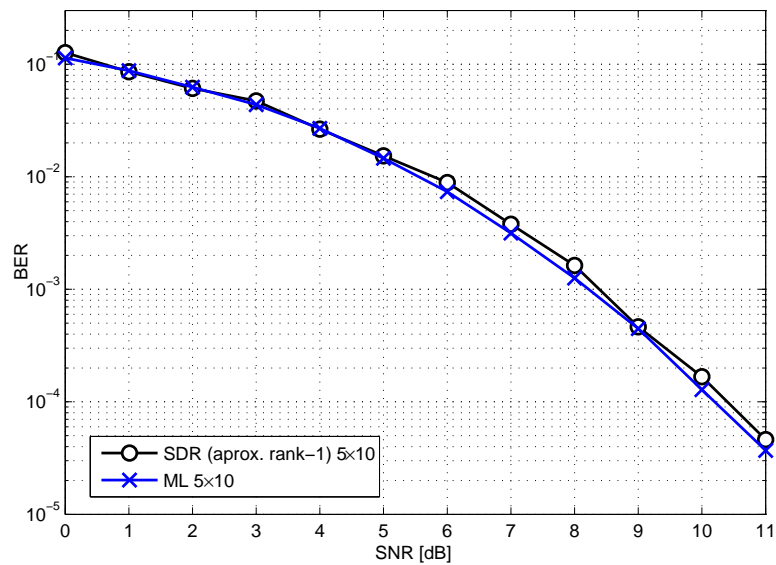


propostas para resolver este tipo de cenário utilizando o detector SDR.

Na figura 4.12 utiliza-se um canal MIMO sobre-determinado com  $M = 5$ ,  $N = 10$  e PCSI. Mostra-se que o SDR possui desempenho quase-ótimo neste tipo de cenário, corroborando resultados da literatura.



**Figura 4.11:** SDR em canal sub-determinado  $4 \times 2$  utilizando aproximação  $rank-1$ .

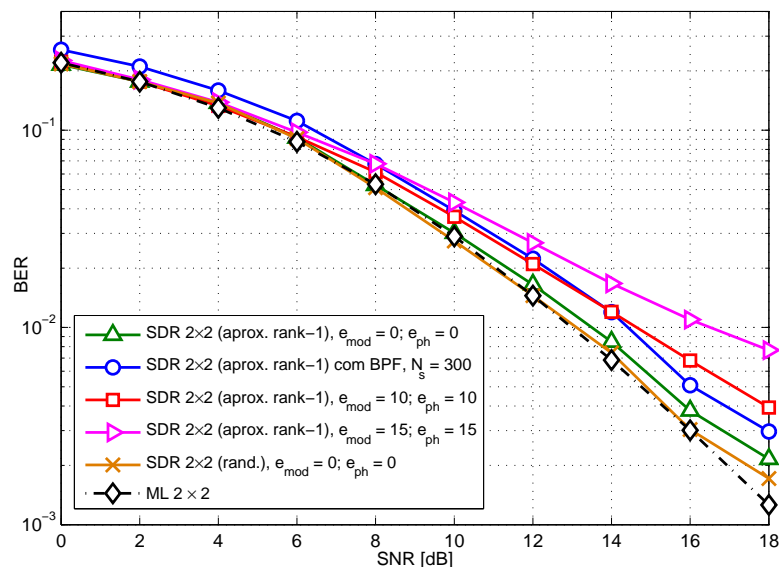


**Figura 4.12:** SDR em canal MIMO sobre-determinado  $5 \times 10$  utilizando aproximação  $rank-1$ .

## 4.4 SDR com Estimador BPF

A figura 4.13 mostra o desempenho do detector SDR  $2 \times 2$  com uso da estratégia de aproximação  $rank-1$  e estimação dos coeficientes de canal através do BPF, PCSI e

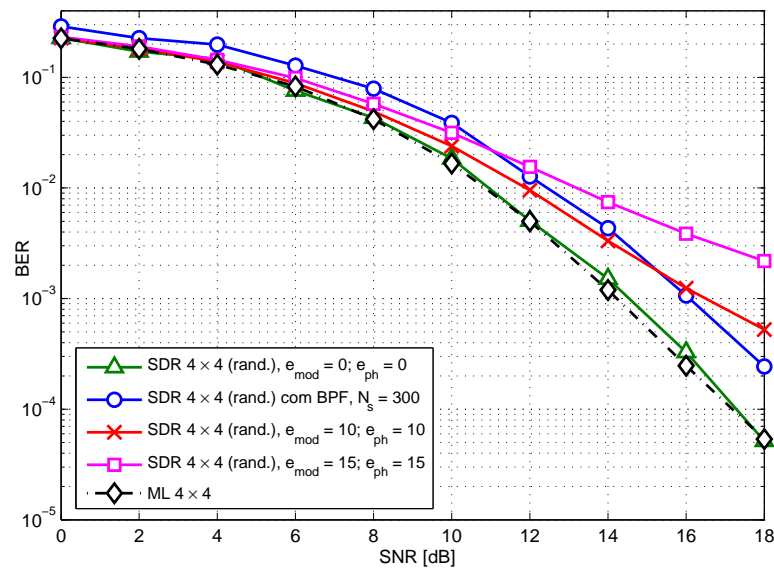
ICSI. Primeiramente, é possível notar que o detector SDR utilizando a estratégia de aproximação *rank-1* com PCSI não atingiu desempenho muito próximo ao ML, enquanto que, utilizando-se a randomização com 150 amostras o desempenho do SDR foi muito próximo ao ML. Na região de baixa SNR (abaixo de 8dB), o desempenho do detector SDR com estimador BPF (SDR-BPF) é marginalmente inferior ao do detector SDR com ICSI com erros de 10% ou 15% em módulo e fase, com distribuição estatística conforme equação (2.14) e equação (2.15), respectivamente. Na região de média-alta SNR (acima de 14dB), o desempenho do detector-estimador SDR-BPF torna-se superior em relação ao SDR com ICSI da ordem de 12%. O ganho de diversidade do detector  $2 \times 2$  SDR com PCSI resultou em  $d \approx 1,3$ . Este mesmo ganho de diversidade foi obtido com o uso do detector-estimador  $2 \times 2$  SDR-BPF ou com SDR e ICSI na faixa de 10%, embora o SDR com ICSI na faixa de 15% de erros na estimação do módulo e fase dos coeficientes tenha resultado em uma leve redução no ganho de diversidade ( $d \approx 0,9$ ). Estes resultados demonstram simultaneamente robustez e qualidade da detecção e estimativas dos coeficientes do algoritmo SDR-BPF quando se utilizam 2 antenas transmissoras e receptoras. Adicionalmente, analisando-se o desempenho do detector-estimador SDR-BPF em comparação com o SDR e estimativas perfeitas (PCSI), nota-se que um pequeno *gap* de desempenho aproximadamente constante nas regiões de baixa, média e alta SNR, porém sem degradação na ordem de diversidade.



**Figura 4.13:** SDR  $2 \times 2$  utilizando estratégia de aproximação *rank-1* com uso do estimador BPF em comparação com PCSI e ICSI.

Incrementando-se o número de antenas, a figura 4.14 mostra o desempenho do detector SDR  $4 \times 4$  com uso da estratégia de randomização com 150 amostras

e estimação dos coeficientes de canal através do BPF, PCSI e ICSI. Na região de baixa-média SNR (abaixo de 10dB), o desempenho do detector-estimador SDR-BPF é marginalmente inferior ao alcançado pelo detector SDR com estimativas perfeitas (PCSI). Por sua vez, na região de SNR acima de 15dB, o desempenho do SDR-BPF torna-se superior ao SDR-ICSI com erros de 10% em módulo e fase, indicando que nesta região de SNR, o erro nas estimativas dos coeficientes cometido pelo algoritmo BPF é inferior a 10%. Ressalte-se mais uma vez que o uso do estimador BPF não trouxe perda da ordem de diversidade, diferentemente do desempenho SDR com erros nas estimativas do módulo e fase uniformemente distribuídos no intervalo  $\pm 10\%$  em torno do valor sem erros, o qual acarreta uma redução da ordem de diversidade na região de média e alta SNR (acima de 10dB). O ganho de diversidade do detector SDR com PCSI resultou da ordem de  $d \approx 4$ ; por sua vez, com o uso do estimador BPF obteve-se  $d \approx 3,2$ . Quando há ICSI com erros de 10% em módulo e fase, o ganho de diversidade foi de  $d \approx 1,9$  e com erros de 15% foi obtido  $d \approx 1,2$ .



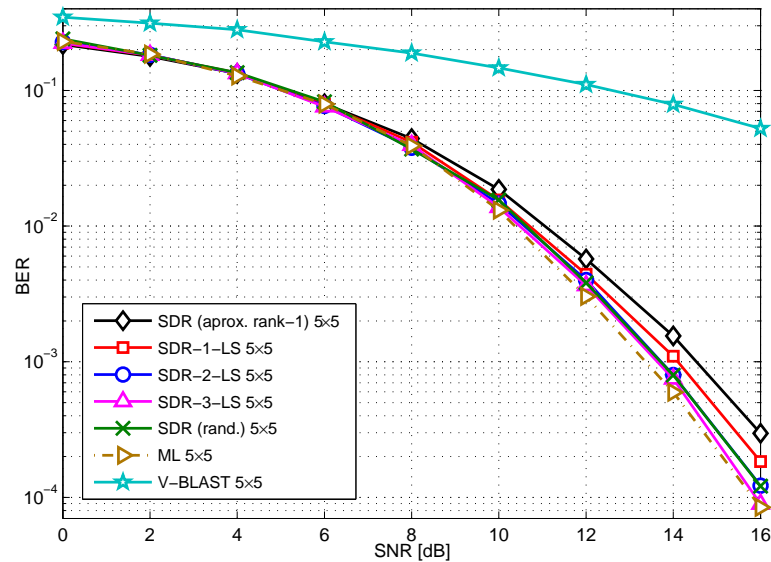
**Figura 4.14:** SDR  $4 \times 4$  utilizando estratégia de randomização (150 amostras) com uso do estimador BPF em comparação com PCSI e ICSI.

## 4.5 Desempenho do Detector SDR e SDR- $k$ -LS

Nesta seção são comparados os resultados de desempenho para o detector SDR- $k$ -LS. O número de iterações considerado no algoritmo LS é da forma que, quando não há melhoria na função custo de uma iteração para a outra, o algoritmo é encerrado.

A figura 4.15 traz uma comparação do desempenho para o detector SDR

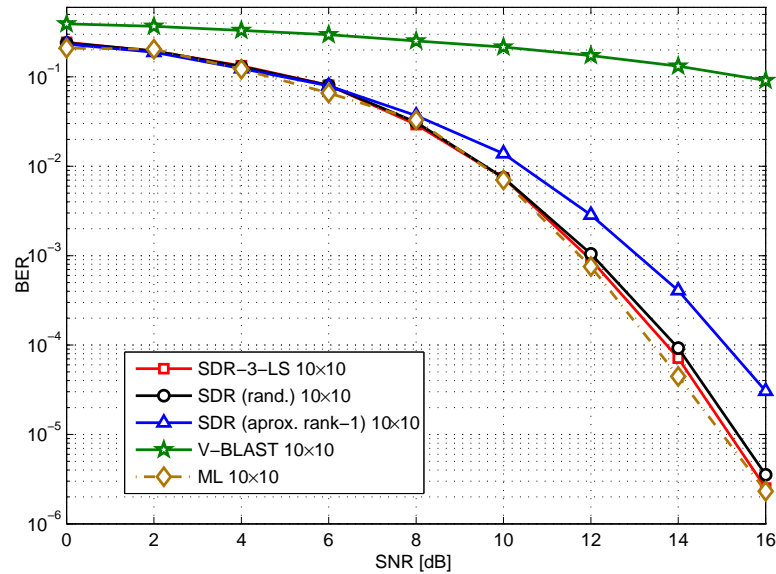
$5 \times 5$  em relação ao ML e V-BLAST com  $e_{\text{mod}} = e_{\text{ph}} = 0$ . Compara-se também a melhoria de desempenho com o uso das estratégias de aproximação  $rank$ -1 em relação a uma randomização com 150 amostras, bem como o uso de busca local combinado ao SDR, SDR- $k$ -LS, de ordem  $k$  variando de 1 a 3. Nota-se que o detector SDR tem um desempenho bastante superior ao V-BLAST. O uso de técnicas de aproximação  $rank$ -1 e randomização trouxe uma considerável variação de desempenho, demonstrando que a técnica de randomização é mais promissora. O uso do detector SDR-1-LS apresentou desempenho marginalmente superior a técnica de aproximação  $rank$ -1 e marginalmente inferior a randomização, porém, aumentando-se a ordem para  $k = 2$  o desempenho tornou-se semelhante e com  $k = 3$  o desempenho do SDR-3-LS é superior a randomização. Tanto o SDR-2-LS quanto o SDR com randomização apresentaram desempenho próximos ao ML, contudo, somente o SDR-3-LS atingiu ML no ponto de SNR= 16dB.



**Figura 4.15:** Comparação entre as estratégias de detecção SDR  $5 \times 5$ , ML e V-BLAST.

A figura 4.16 traz o desempenho do detector SDR  $10 \times 10$  em relação ao ML e V-BLAST com  $e_{\text{mod}} = e_{\text{ph}} = 0$ . Compara-se também a melhoria de desempenho com o uso das estratégias de aproximação  $rank$ -1 em relação a uma randomização com 150 amostras e SDR-3-LS. Nesta configuração o detector SDR apresentou novamente um desempenho bastante superior ao V-BLAST, acima de 3 décadas. O uso de técnicas de aproximação  $rank$ -1 e randomização ou 3-LS trouxe uma considerável variação de desempenho, demonstrando que técnicas de randomização ou busca local são mais promissoras. O uso do detector SDR-3-LS apresentou desempenho marginalmente superior a técnica de randomização e atingiu ML no ponto de SNR= 16dB. Simulações em regiões de mais altas SNR

não foram obtidas devido aos longos tempos computacionais<sup>1</sup>.

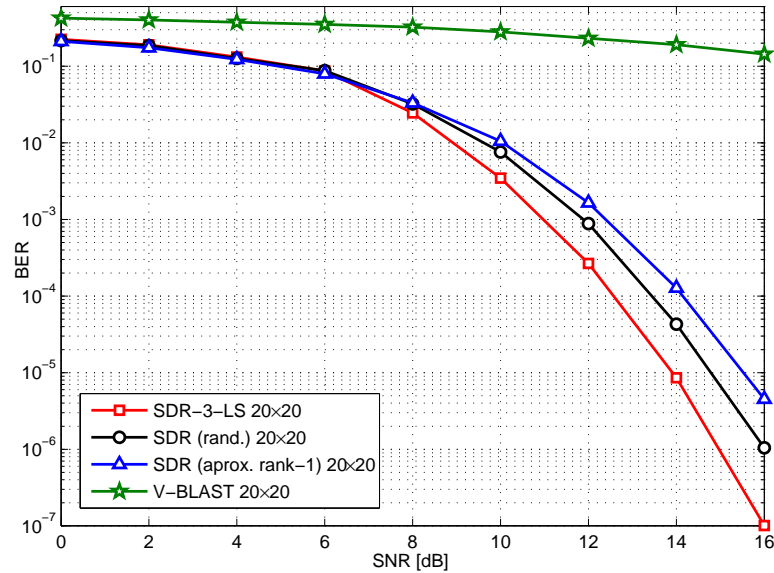


**Figura 4.16:** Comparação entre as estratégias de detecção SDR  $10 \times 10$ , ML e V-BLAST.

A figura 4.17 traz o desempenho do detector SDR  $20 \times 20$  em relação ao V-BLAST com PCSI. Compara-se, principalmente, a melhoria de desempenho com o uso das estratégias de aproximação *rank-1* em relação a uma randomização com 150 amostras e SDR-3-LS. Nesta configuração o detector SDR apresentou novamente um desempenho bastante superior ao V-BLAST, acima de 4 décadas na região de alta SNR. O uso de técnicas de aproximação *rank-1* e randomização ou 3-LS trouxe uma considerável variação de desempenho, demonstrando que técnicas de randomização ou busca local são mais promissoras. O uso do detector SDR-3-LS apresentou desempenho consideravelmente superior à técnica de randomização em região de média e alta SNR.

Percebe-se que o uso da randomização em cenários com alto número de antenas transmissoras e receptoras começa a se tornar menos interessante, pois, o *gap* de desempenho em relação à técnica de aproximação *rank-1* tornou-se menor. Esta tendência foi confirmada através da figura 4.18 em que a técnica de randomização com 150 amostras apresentou pior desempenho que a aproximação *rank-1*. Como foi mostrado na figura 4.1, quanto maior  $M$  e  $N$ , maior número de iterações (ou amostras) são necessárias para convergência, porém, com base nos resultados da figura 4.17 e figura 4.18 seria necessário um grande aumento de amostras (acima de 1000 amostras) para uma possível melhora de desempenho. O estudo até o momento não se estendeu a estes casos.

<sup>1</sup>Acima de 7 dias para cada ponto em SNR próxima a 20dB e cerca de 10 erros no MCS. Processador de 2,4GHz e memória de 4GB RAM.

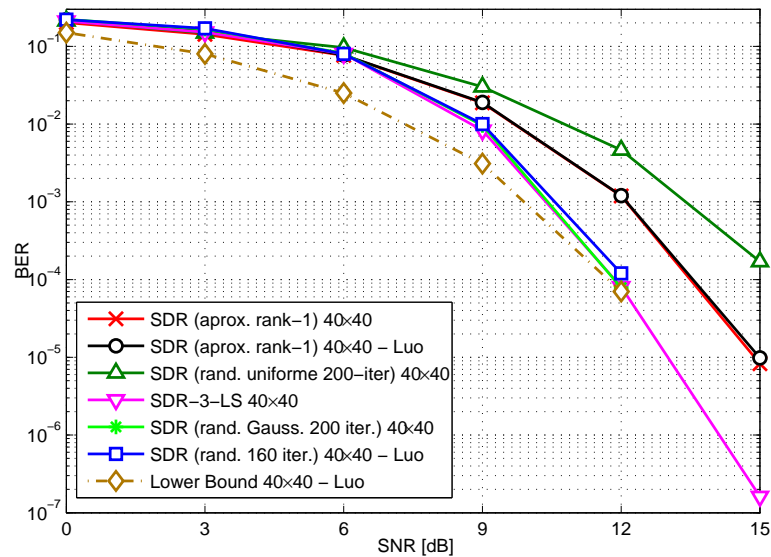


**Figura 4.17:** Comparação entre as estratégias de detecção SDR  $20 \times 20$  e V-BLAST.

A figura 4.18 traz o desempenho do detector SDR  $40 \times 40$  com PCSI em relação a resultados publicados recentemente na literatura (LUO et al., 2010). As curvas com legendas “Luo” foram obtidas de (LUO et al., 2010). O uso da técnica de aproximação *rank-1* abordada neste trabalho e a de (LUO et al., 2010) apresentou desempenho semelhante por se tratar de uma técnica simples sem parâmetros específicos. Nota-se que a randomização uniforme com 200 iterações abordada neste trabalho não resolve esta configuração de canal MIMO, enquanto que a randomização gaussiana com 160 iterações aplicada em (LUO et al., 2010) apresenta um desempenho interessante justamente por se aproximar ao ML. O SDR-3-LS proposto neste trabalho também possui desempenho satisfatório com um melhoria marginal em relação ao detector SDR com randomização gaussiana de (LUO et al., 2010) e, conseqüentemente, bastante próximo ao ML no ponto de SNR= 14dB.

## 4.6 Desempenho do Detector SDR Auxiliado por Redução Treliça (LR-SDR)

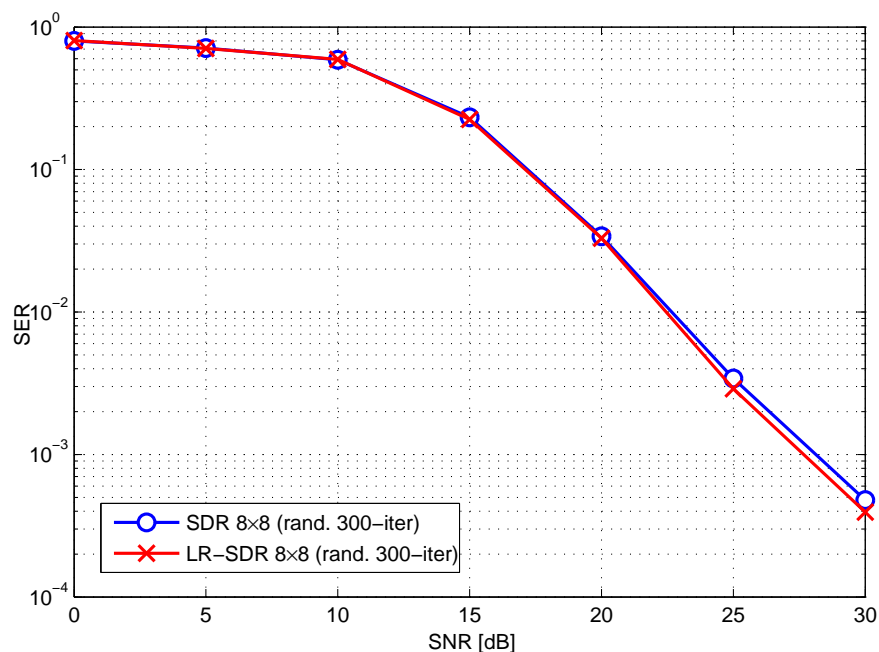
Esta seção traz os resultados de desempenho para o detector SDR auxiliado por LR proposto. As figuras de mérito são avaliadas através do cômputo da taxa de erro de símbolo (SER – *symbol error rate*), o uso da SER é indicada por se tratar de ordens de modulação mais altas, i.e.,  $\mathcal{M} \geq 16$ . Diferentemente da BER, a SER pode ter seu patamar de pior desempenho acima dos 50%, i.e.,  $SER \geq 0,5$



**Figura 4.18:** Detector SDR  $40 \times 40$  implementado e resultados publicados recentemente na literatura.

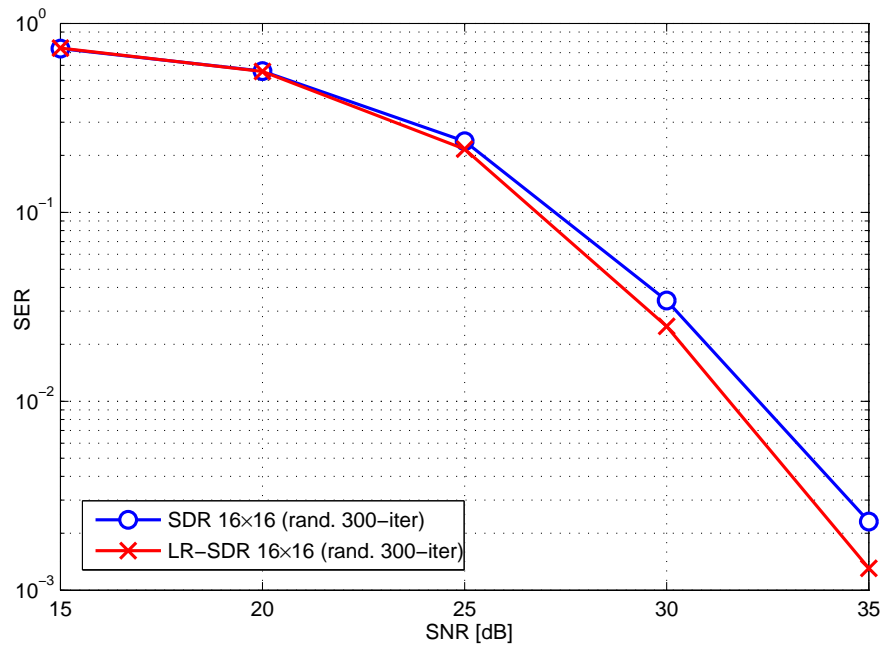
(PROAKIS, 1983).

A figura 4.19 traz o desempenho para os detectores SDR clássico e o LR-SDR proposto, ambos sob modulação 16-QAM. Foram utilizadas 300 iterações no algoritmo de randomização por amostras Gaussianas em ambos os detectores. Nota-se que para esta ordem de modulação, a aplicação da técnica LR auxiliando o detector SDR não trouxe significativa melhora no desempenho.



**Figura 4.19:** Desempenho SER para os detectores SDR e LR-SDR com modulação 16-QAM.

No entanto, a aplicação da técnica LR-SDR na detecção de símbolos de ordens de modulação superiores traz um ganho de desempenho em relação à técnica SDR convencional saliente à medida que a ordem de modulação  $\mathcal{M}$  é incrementado, especialmente na região de média e alta SNR. Observe-se a melhoria no ganho de desempenho propiciado pela redução treliça no detector LR-SDR da figura 4.20 quando a ordem de modulação é incrementada para 64-QAM. Assim, para esta ordem de modulação, o uso da técnica de LR auxiliando o detector SDR trouxe significativa melhoria no desempenho SER na região de alta SNR, i.e., acima de 25dB. Percebe-se que o aumento da ordem de modulação de 16-QAM para 64-QAM resultou em melhoria do desempenho, corroborando a eficácia da aplicação da técnica LR na redução da interferência inter-antenas, bem como os resultados obtidos para outros tipos detectores (WINDPASSINGER et al., 2006; MA; ZHANG, 2008).

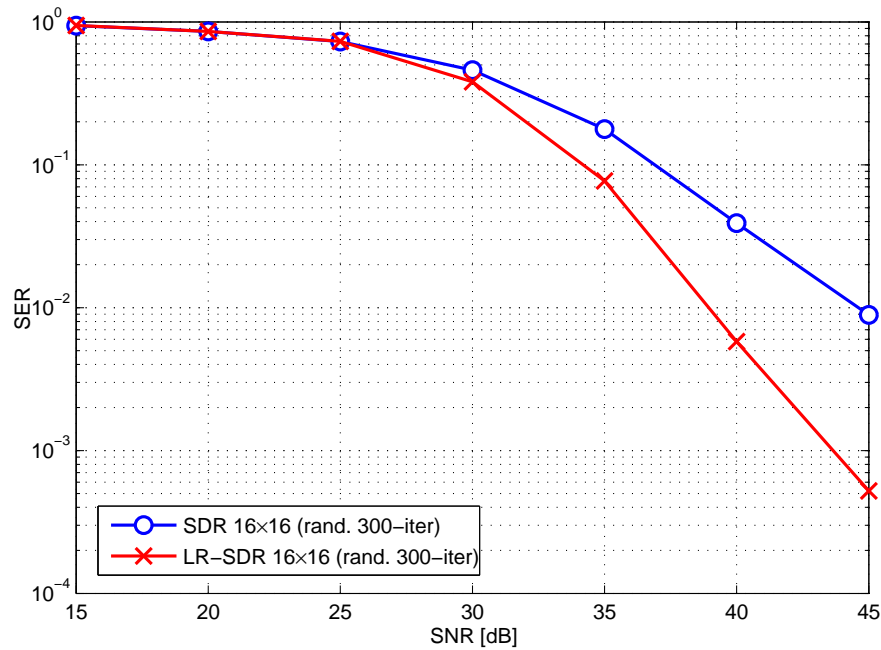


**Figura 4.20:** Desempenho SER para os detectores SDR e LR-SDR com modulação 64-QAM.

Finalmente, a figura 4.21 apresenta o desempenho MCS para os detectores SDR e o LR-SDR com modulação 256-QAM. Sob elevada ordem de modulação, o uso da técnica de LR auxiliando o detector SDR trouxe melhoria substancial no desempenho SER para as regiões de média de alta SNR.

Portanto, o ganho de desempenho atingível pelo LR-SDR sobre a técnica de detecção quase-ótima SDR em canais MIMO é progressivamente maior à medida que a ordem de modulação  $\mathcal{M}$  cresce, às custas de um moderado incremento na complexidade introduzido pela etapa de redução treliça (matriz de transformação





**Figura 4.21:** Desempenho SER para os detectores SDR e LR-SDR com modulação 256-QAM.

T) aplicada no transmissor e receptor, figura 3.3.

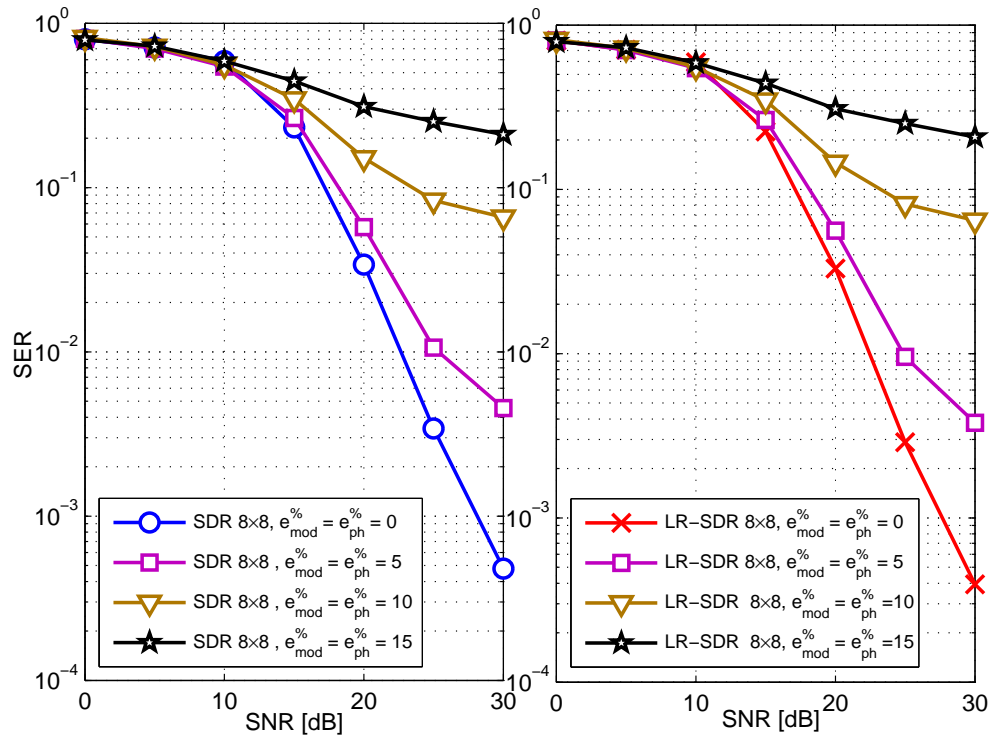
A próxima seção discute o incremento de complexidade introduzida pela etapa LR e mostra que há uma melhoria no compromisso desempenho-complexidade obtida com o LR-SDR sobre a técnica de detecção SDR MIMO convencional.

## 4.7 Desempenho do Detector LR-SDR com ICSI

Tendo em vista avaliar a robustez do detector SDR auxiliado por redução treliça, nesta seção, são analisados via MCS a degradação de desempenho dos detectores SDR e LR-SDR face aos efeitos de estimativas imperfeitas dos coeficientes de canal na recepção dos sinais. Diferentemente da seção 4.2, aqui os resultados de desempenho para o detector SDR são avaliados pela SER, pois são consideradas constelações de alta e elevada ordem:  $\mathcal{M} = 16$  é considerado na figura 4.22;  $\mathcal{M} = 64$  na figura 4.23; finalmente, na figura 4.24 são mostrados resultados de SER para  $\mathcal{M} = 256$ .

Para os desempenhos com modulação 16-QAM da figura 4.22, além da diferença marginal de desempenho entre os detectores SDR e LR-SDR sob PCSI, conforme foi mostrado anteriormente na seção 4.6, pode-se notar que a degradação ocorrida devido ao efeito da ICSI no intervalo [5%; 25%] é similar para ambos os detectores MIMO. Assim, para esta ordem de modulação, o detector LR-SDR

não trouxe aumento na robustez à condição de ICSI.



**Figura 4.22:** Desempenho SER para os detectores SDR e LR-SDR sob ICSI com modulação 16-QAM.

A figura 4.23 traz os resultados de desempenho para modulação 64-QAM. A degradação de desempenho devida a condição de ICSI é semelhante em situações onde o erro uniforme agregado no módulo e na fase dos coeficientes de canal ultrapassa 3%. No entanto, com  $e_{\text{mod}}^{\%} = e_{\text{ph}}^{\%} = 1\%$ , percebe-se uma maior robustez à ICSI do detector LR-SDR na região de mais alta SNR, i.e., quando  $\text{SNR} \geq 35\text{dB}$ .

Finalmente, na figura 4.24 são mostrados os resultados de desempenho para modulação de elevada ordem, 256-QAM. Apesar da relevante diferença de desempenho entre os dois detectores em condições de PCSI, ambos sofrem degradação total de desempenho quando a quantidade de erros agregados ao módulo e à fase dos coeficientes de canal ultrapassa 3%. Com  $e_{\text{mod}}^{\%} = e_{\text{ph}}^{\%} = 1\%$  ambos detectores sofrem relevantes perdas de desempenho, demonstrando pouca robustez à condição de ICSI. Contudo, devido a melhoria de desempenho proporcionada pela técnica de redução treliça na pré-deteção, o desempenho do detector LR-SDR com  $e_{\text{mod}}^{\%} = e_{\text{ph}}^{\%} = 1\%$  é próximo ao SDR em condições de PCSI.

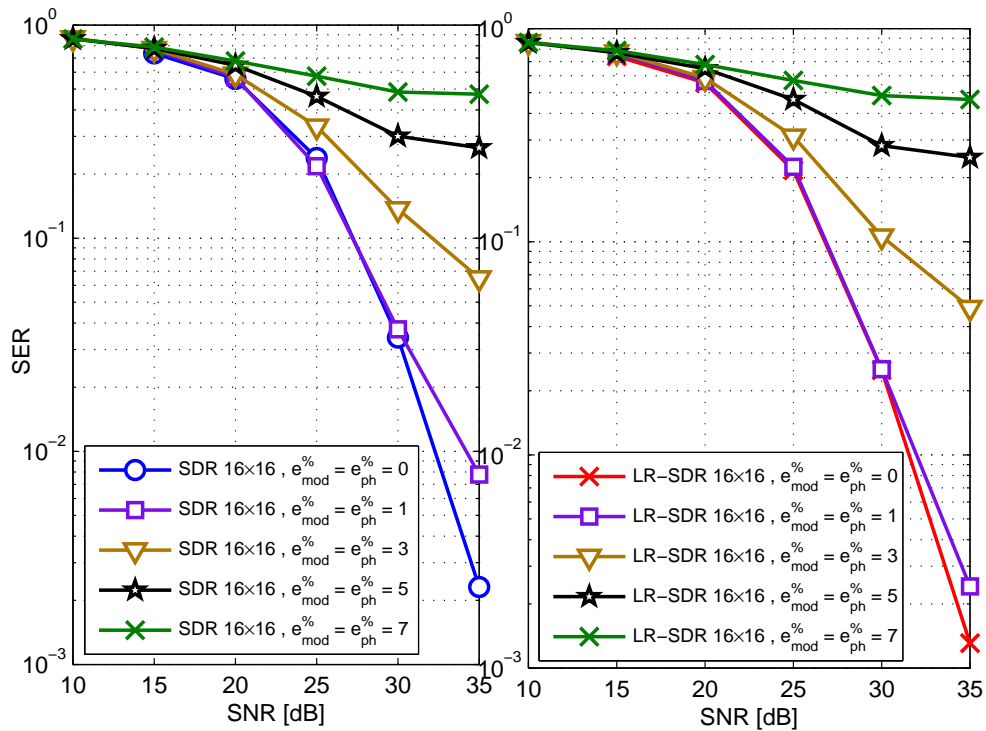


Figura 4.23: Desempenho SER para os detectores SDR e LR-SDR sob ICSI com modulação 64-QAM.

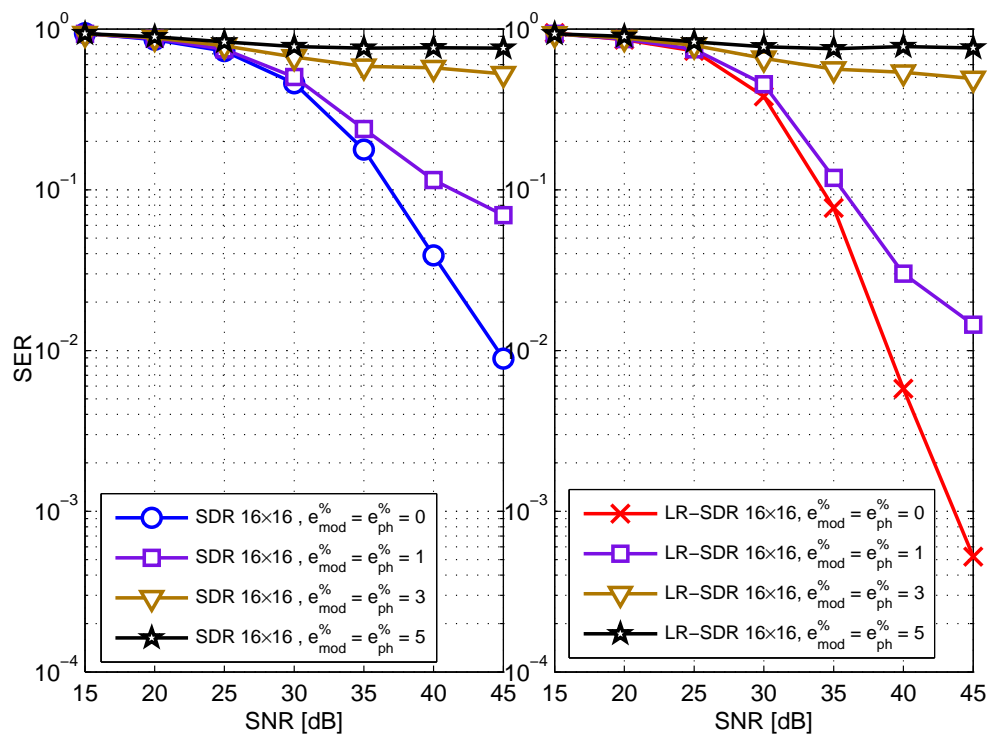


Figura 4.24: Desempenho SER para os detectores SDR e LR-SDR sob ICSI com modulação 256-QAM.

## 5 Análise de Complexidade

A análise de complexidade desta seção é quantificada em termos do número de “operações reais”. Considera-se aqui uma “operação real” equivalente à complexidade de uma multiplicação, divisão, adição ou subtração real. Todos os números complexos e outras operações são transformadas ou aproximadas considerando estas quatro operações reais básicas. Uma multiplicação e divisão complexas equivalem, respectivamente, a seis e onze operações reais. Cada adição ou subtração complexa equivale a duas operações reais.

Para o cálculo de autovalores e autovetores foi utilizada a função “dsyev” do LAPACK (ANDERSON et al., 1999), por ser um algoritmo amplamente utilizado na literatura, com bons resultados no cálculo de autovalores e autovetores de uma matriz simétrica real. Para a geração de distribuições uniformes, utilizou-se o método congruencial (JERUCHIM; BALABAN; SHANMUGAN, 2000).

A análise de complexidade realizada nesta seção é dividida em duas seções. Na seção 5.1 é realizada uma análise de complexidade comparada entre as estratégias de aproximação *rank-1*, randomização e *k-opt* LS. Como foi visto no capítulo 4, o desempenho de cada um destes métodos trouxe variações de desempenho em termos BER; logo, a análise de complexidade vem completar esta comparação em termos do compromisso desempenho  $\times$  complexidade. Na seção 5.2 desenvolve-se a análise do incremento de complexidade computacional quando o estimador BPF (MUSSI et al., 2011) é agregado ao receptor SDR MIMO. Finalmente na seção 5.3 discute-se o incremento de complexidade ao detector SDR devido à agregação da redução treliça. A idéia é fornecer subsídios tal que seja possível concluir a respeito do compromisso desempenho  $\times$  do detector LR-SDR.

## 5.1 Aproximação *rank-1* $\times$ Randomização $\times$ Busca Local

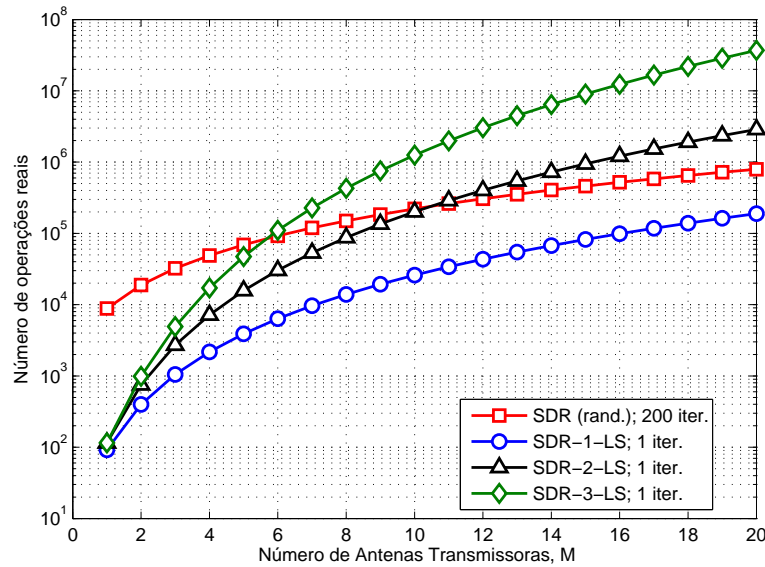
Conforme descrito na tabela 5.1, o uso da técnica de randomização não traz grande aumento na complexidade computacional, sendo da mesma ordem da aproximação *rank-1*,  $\mathcal{O}(M^3)$ . A principal diferença é na ordem quadrática dependente do número de amostras utilizadas na randomização. A operação preponderante que determina a ordem cúbica,  $\mathcal{O}(M^3)$ , em ambas as técnicas está no cálculo de autovalores e autovetores. Um possível método mais eficiente que a função do LAPACK utilizada, reduziria a complexidade em ambas as técnicas. Porém, uma vez que o foco deste trabalho é a análise geral de desempenho do SDR, considerando diferentes técnicas de implementação do detector SDR operando em diversas condições e não propriamente na redução da complexidade destas técnicas, não foram pesquisados métodos mais eficientes para o cálculo dos autovetores e autovalores.

O uso da heurística de busca local trouxe maiores ordens de complexidade,  $\mathcal{O}(M^3)$  para 1-LS,  $\mathcal{O}(M^4)$  para 2-LS e  $\mathcal{O}(M^5)$  para 3-LS; sendo que a parte constante não dependente do número de iterações  $S_{LS}$  advém, principalmente, da estratégia de aproximação *rank-1* utilizada para solução inicial do algoritmo LS. Porém, como foi descrito na seção 4.1, o número de iterações necessário à convergência do algoritmo LS permanece no intervalo entre 1 a 3 iterações, dependendo do cenário e ordem  $k$  utilizados. Desta forma, se comparada à estratégia de randomização que necessita de cerca de 150 iterações, a análise da complexidade computacional total não é imediata.

A figura 5.1 traz a análise da complexidade computacional em termos de operações reais em relação ao número de antenas transmissoras  $M$  com dados obtidos via tabela 5.1. Para o algoritmo de randomização, adotou-se  $S_{\text{rand}} = 200$  por ser o pior caso. Para os algoritmos 1-LS, 2-LS e 3-LS foi adotado o melhor caso,  $S_{LS} = 1$ , uma vez que, conforme visto na seção 4.1, a primeira iteração contribui para a maior parcela na melhoria do desempenho. Analisando-se os resultados, nota-se que para  $M \leq 5$  a estratégia de randomização possui maior complexidade que SDR- $k$ -LS de até terceira ordem. Para  $M \leq 10$ , o detector SDR com randomização possui maior complexidade que as estratégias SDR-2-LS e SDR-1-LS. Para  $10 < M \leq 20$ , a estratégia de randomização só é mais complexa que o SDR-1-LS.

Na figura 5.2 é feita a análise da complexidade computacional com o algoritmo

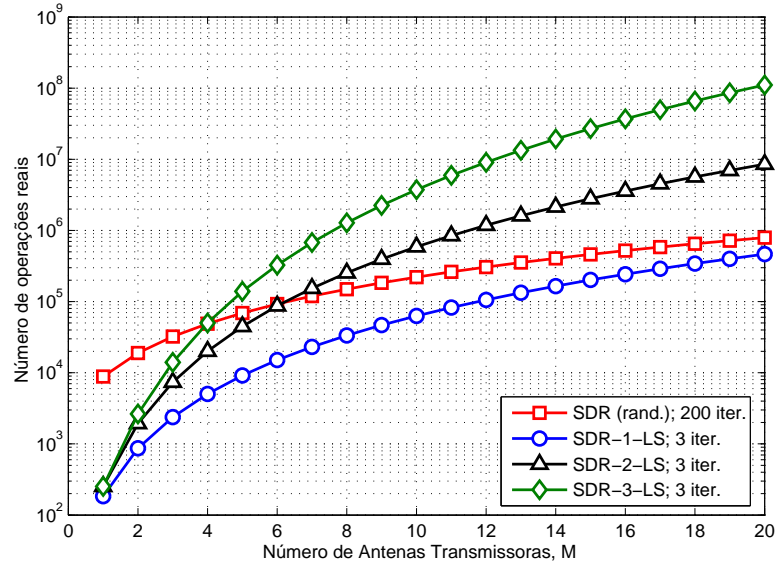
de randomização utilizando  $S_{\text{rand}} = 200$ , por ser o pior caso. Para os algoritmos 1-LS, 2-LS e 3-LS foi também adotado o pior caso,  $S_{\text{LS}} = 3$ , pois, como foi visto na seção 4.1, a convergência destes algoritmos atinge no máximo 3 iterações. Analisando-se os resultados, nota-se que para  $M \leq 4$  a estratégia de randomização possui maior complexidade que SDR- $k$ -LS de até terceira ordem. Para  $M \leq 6$ , o detector SDR com randomização possui maior complexidade que as estratégias SDR-2-LS e SDR-1-LS. Para  $7 < M \leq 20$ , a estratégia de randomização só é mais complexa que o SDR-1-LS.



**Figura 5.1:** Comparação de complexidade entre as estratégias de aproximação utilizadas em conjunto com o detector SDR considerando 1 iteração do algoritmo  $k$ -opt LS.

**Tabela 5.1:** Complexidade para as aproximações empregadas no SDR

	Operações Reais
Aproximação $rank-1$	$\frac{16}{3}M^3 + 12M^2 + \frac{32}{3}M + 1$
Randomização	$\frac{16}{3}M^3 + 12M^2 + \frac{38}{3}M + 2 + (8M^2 + 26M + 10) \cdot S_{\text{rand}}$
1-LS	$\frac{16}{3}M^3 + 20M^2 + \frac{56}{3}M + 2 + (16M^3 + 24M^2 + 6M) \cdot S_{\text{LS}}$
2-LS	$\frac{16}{3}M^3 + 20M^2 + \frac{56}{3}M + 2 + (16M^4 + 32M^3 + 18M^2 + 3M) \cdot S_{\text{LS}}$
3-LS	$\frac{16}{3}M^3 + 20M^2 + \frac{56}{3}M + 2 + (10.664M^5 + 15.996M^4 + 17.335M^3 + 20.004M^2 + 5.001M) \cdot S_{\text{LS}}$



**Figura 5.2:** Comparação de complexidade entre as estratégias de aproximação utilizadas em conjunto com o detector SDR considerando 3 iterações do algoritmo  $k$ -opt LS.

## 5.2 SDR $\times$ SDR-BPF

A tabela 5.1 traz a complexidade das técnicas de aproximação para o detector SDR. Na tabela 5.2 tem-se a complexidade computacional do estimador BPF com reamostragem multinomial. Note-se que o detector SDR resulta em uma complexidade preponderante de  $\mathcal{O}(M^3)$ , enquanto o estimador BPF apresenta uma complexidade de ordem quadrática  $\mathcal{O}(MN)$  ou  $\mathcal{O}(M^2)$  quando  $M = N$ , conforme adotado nas simulações deste trabalho. A tabela 5.3 mostra a complexidade computacional total do conjunto detector-estimador SDR-BPF para a aproximação  $rank$ -1 e randomização.

A estratégia de busca local (LS) não foi empregada devido a sua maior complexidade, sendo que o foco desta parte do trabalho recaiu na análise do desempenho do detector SDR em conjunto com o estimador BPF, independente da estratégia de aproximação utilizada.

A complexidade computacional do conjunto detector-estimador SDR-BPF, para ambas aproximações, resulta da ordem de  $\mathcal{O}(M^3)$ , devido à complexidade cúbica do detector SDR. Como foi analisado na seção 5.1, a ordem cúbica do detector SDR é proveniente da função para cálculo de autovalores e autovetores, desta forma, esta função também torna-se preponderante para a complexidade computacional do conjunto-detector SDR-BPF.

**Tabela 5.2:** Complexidade do estimador BPF

	Operações Reais
Estimador BPF	$MN(533N_s)$

**Tabela 5.3:** Complexidade do detector-estimador SDR-BPF

	Operações Reais
SDR-BPF + Aprox. <i>rank</i> -1	$\frac{16}{3}M^3 + 12M^2 + M(533NN_s + \frac{32}{3}) + 1$
SDR-BPF + Randomização	$\frac{16}{3}M^3 + 12M^2 + 2 + M(533NN_s + \frac{38}{3}) + (8M^2 + 26M + 10) \cdot S_{\text{rand}}$

### 5.3 SDR $\times$ LR-SDR

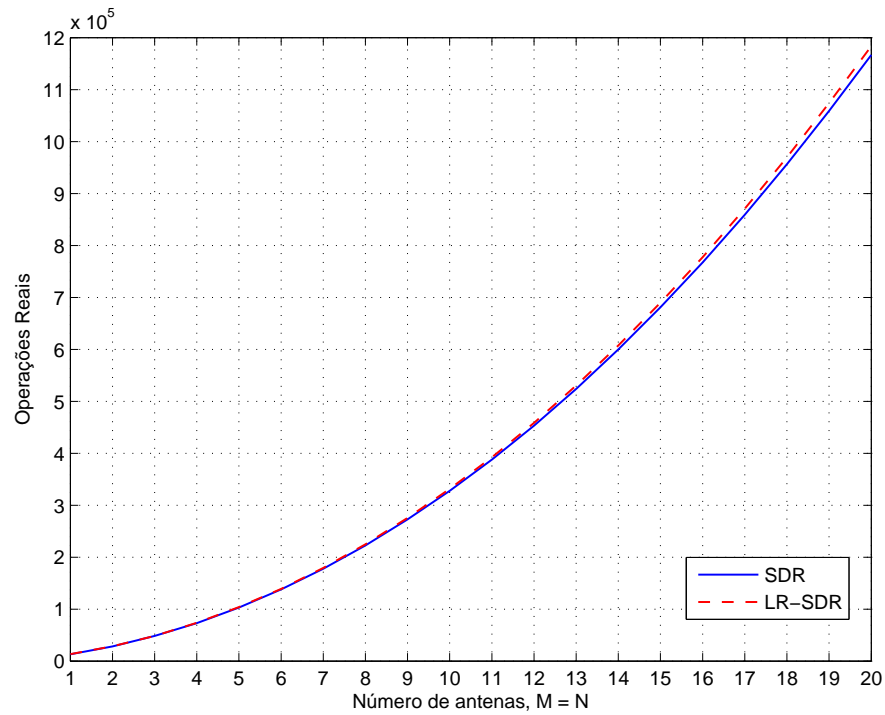
Foram analisadas as complexidades computacionais dos algoritmos SDR clássico e do LR-SDR proposto, em termos das quantidades de operações reais, ambos utilizando randomização Gaussiana com  $S_g$  iterações e  $M = N$ . Importante notar que a ordem da constelação não interfere na complexidade de ambos algoritmos. Esta característica é proveniente da adoção neste trabalho do algoritmo *Bound Constrained* SDR (SIDIROPOULOS; LUO, 2006; MA et al., 2009). As complexidades computacionais resultantes para ambos os detectores SDR são mostradas na tabela 5.4.

**Tabela 5.4:** Complexidade dos detectores MIMO SDR e LR-SDR. Assume-se  $M = N$  antenas.

Detector MIMO	Operações Reais
SDR Clássico + Randomização	$\frac{16}{3}M^3 + 12M^2 + \frac{38}{3}M + 2 + (8M^2 + 26M + 10) \cdot S_g$
LR-SDR + Randomização	$\frac{18}{3}M^3 + 41M^2 + \frac{43}{3}M - 1 + (8M^2 + 26M + 10) \cdot S_g$

Uma perspectiva mais imediata do crescimento da complexidade para o intervalo  $M = N \in \{1; 20\}$  antenas é apresentada na figura 5.3. Observe-se o incremento da complexidade do detector LR-SDR proposto em relação ao SDR clássico é apenas marginal com o aumento do número de antenas transmissoras-receptoras,  $M$ . Ambos os detectores apresentam uma complexidade polinomial cúbica,  $\mathcal{O}(M^3)$ . Com os coeficientes polinomiais apresentados na tabela 5.1 e sob mesmo número de randomizações  $S_g$ , a complexidade para ambos os detectores SDRs é praticamente indistinguível até cerca de  $M = 10$  antenas. Sendo que uma diferença marginal na complexidade aparece apenas quando  $M > 15$ .





**Figura 5.3:** Complexidade em termos de operações reais para os algoritmos de detecção MIMO SDR e LR-SDR proposto considerando  $S_g = 300$  randomizações.

A partir dos resultados de complexidade desta seção para, bem como dos melhores desempenhos obtidos para o LR-SDR nas seções 4.6 e seção 4.7, pode-se concluir claramente por um melhor compromisso desempenho  $\times$  complexidade em favor do detector MIMO SDR auxiliado por redução treliça proposto neste trabalho.

## 6 Conclusões

Este trabalho desenvolveu uma análise sistemática de métodos de detecção adequados para sistemas MIMO, baseados em relaxação semi-definida (SDR-MIMO). Neste sentido, este trabalho propôs duas estruturas de detecção híbridas MIMO baseadas em SDR, combinando-se o método de busca local (LS), bem como a redução treliça ao detector SDR clássico.

Sob diversas condições de operação, o detector SDR clássico em canais MIMO atingiu desempenho muito próximo ao detector ML, porém com complexidade polinomial,  $\mathcal{O}(M^3)$ , para as técnicas já conhecidas na literatura de aproximação *rank-1* e randomização, uma vez que a determinação dos autovalores e autovetores é predominante no cálculo da complexidade. A técnica de randomização uniforme aplicada ao detector SDR abordada neste trabalho mostrou não ser eficiente para elevados valores de antenas ( $M$ ), sendo que para  $M = 40$  e  $S_{\text{rand}} = 200$  a técnica de randomização apresentou desempenho inferior ao uso da simples estratégia de aproximação *rank-1*. A análise comparada destas duas técnicas de aproximação (*rank-1* e randomização) quando  $M$  cresce constitui outra contribuição deste trabalho.

O uso da heurística de busca local trouxe complexidade das ordens de  $\mathcal{O}(M^3)$ ,  $\mathcal{O}(M^4)$  e  $\mathcal{O}(M^5)$  para os detectores SDR-1-LS, SDR-2-LS e SDR-3-LS, respectivamente. Apesar de apresentar maiores ordens de complexidade computacional, mostrou-se que em certos cenários, com baixos valores de  $M$ , estes podem possuir complexidade total menor que a técnica randomização. A heurística aplicada ao detector SDR é uma das contribuições deste trabalho e apresentou desempenhos quase-ótimos para todos cenários abordados neste trabalho, tendo inclusive desempenho marginalmente superior ao resultado apresentado em (LUO et al., 2010).

Adicionalmente, como parte de uma das contribuições deste trabalho, a análise de desempenho com estimativas imperfeitas dos coeficientes de canal demonstrou que o SDR apresenta grande robustez a erros de módulo e fase dos coeficientes de canal menores que 5%, e uma degradação de desempenho tolerável com erros de até 10%. A técnica de otimização por seleção de antenas trouxe um *gap* de

melhoria de desempenho, porém, sem ganho na ordem de diversidade. Esta característica torna esta técnica interessante em certos aspectos, no entanto constitui um fator bastante limitante justamente por não prover ganho da ordem de diversidade. O detector SDR apresentado não resolveu cenários subdeterminados, mesmo com o uso da AS. Para canais MIMO sobredeterminados o desempenho foi quase-ótimo, corroborando resultados da literatura.

O estimador BPF em conjunto com o detector SDR sob canais MIMO  $2 \times 2$  e  $4 \times 4$  mostrou-se bastante promissor, resultando em erros nas estimativas dos coeficientes inferior a 10% (para o módulo e fase) nas regiões de média e alta SNR. Adicionalmente, o SDR-BPF atingiu ordem de diversidade muito próxima da ideal para ambos canais MIMO analisados. Em complemento ao promissor desempenho obtido quando do uso do estimador BPF, sua complexidade computacional não se tornou preponderante frente ao detector SDR, uma vez que a complexidade computacional das estratégias de aproximação *rank-1* ou randomização do SDR são da ordem de  $\mathcal{O}(M^3)$ , enquanto que o estimador BPF apresenta complexidade da ordem de  $\mathcal{O}(M^2)$  quando  $M = N$ .

A implementação de algoritmos de randomização através de amostras gaussianas (LUO et al., 2010) demonstrou desempenho quase-ótimo em cenários com alto número de antenas transmissoras e receptoras, configuração esta que a randomização uniforme abordada não resolveu.

A proposição do detector SDR MIMO auxiliado por LR na pré-deteção foi analisada e o ganho do compromisso desempenho-complexidade em relação ao detector SDR MIMO clássico explicitado. A formulação do problema e sua implementação resultaram em figuras de mérito que corroboraram as vantagens expostas na literatura com a utilização do LR na pré-deteção.

Para constelações 16-QAM, a melhoria de desempenho em termos de SER do LR-SDR em relação ao SDR foi marginal. No entanto, à medida que a ordem da constelação cresce, o *gap* no ganho de desempenho é incrementado, com custo praticamente zero (marginal) no aumento de complexidade. Assim, para constelações 64-QAM, a melhoria de desempenho do LR-SDR face ao SDR torna-se significativa em regiões de alta SNR. Para constelações 256-QAM, o LR-SDR mostrou progressivo ganho de desempenho com complexidade constante, caracterizado por expressiva melhoria de desempenho nas regiões de média e alta SNR em relação ao SDR clássico.

Adicionalmente, a análise de desempenho para os detectores SDR e LR-SDR sob condições de erros nas estimativas dos coeficientes de canal (ICSI), sob média e

alta ordem de modulação ( $\mathcal{M} \leq 64$ ), mostrou que a técnica de redução treliça não traz significativo aumento na robustez as condições de ICSI. Porém, em cenários com elevada ordem de modulação, 256-QAM, a grande melhoria de desempenho do LR-SDR em relação ao SDR faz com que seu desempenho sob ICSI de baixa intensidade, i.e.,  $e_{\text{mod}}^{\%} = e_{\text{ph}}^{\%} = 1\%$ , seja próximo ao SDR clássico sob condições perfeitas de estimação dos coeficientes de canal (PCSI).

A análise de complexidade demonstrou que o uso da técnica LR na pré-deteção não resultou em aumento de complexidade relevante em relação ao SDR MIMO clássico. O detector LR-SDR também apresenta complexidade polinomial de ordem cúbica, com um aumento considerável no coeficiente de segunda ordem.

## 6.1 Trabalhos Futuros

A continuidade deste trabalho pode ser dada através da análise da capacidade de canal com o uso da deteção por relaxação semidefinida em conjunto com as técnicas de aproximação apresentadas neste trabalho, e principalmente, da deteção SDR com o auxílio da técnica de redução treliça na pré-deteção. Isto virá a contribuir no intuito de complementar os resultados de desempenho promissores obtidos neste trabalho.

Uma outra proposta se dá no aumento da ordem de modulação para 512-QAM com o uso do detector LR-SDR, os resultados mostrados neste trabalho apontam para um desempenho ainda mais promissor da deteção SDR auxiliada por LR frente a SDR clássica. A partir deste cenário, análises de desempenho/capacidade sob condições de canal correlacionados podem ser feitas.

## Apêndice A – Definições Básicas

Este apêndice foi baseado em (VIEIRA, 2001; BOYD; VANDENBERGHE, 2004) e traz algumas definições básicas que direta ou indiretamente foram necessárias no desenvolvimento do trabalho apresentado.

**Definição 1.1.** *Seja  $\mathbf{A}$  uma matriz quadrada  $n \times n$ , a função traço  $\text{tr}(\cdot)$  de  $\mathbf{A}$  é definida como a soma dos elementos de sua diagonal principal, i.e.,*

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$$\text{tr}(\mathbf{A}) = a_{11} + a_{22} + \cdots + a_{nn} = \sum_{i=1}^n a_{ii} \quad (\text{A.2})$$

**Definição 1.2.** *Seja  $f$  uma função definida de  $X$  em  $\mathbb{R}$ , onde  $X$  é um conjunto convexo.  $f$  é uma função convexa se:*

$$f((1 - \rho)x + \rho y) \leq (1 - \rho)f(x) + \rho f(y), \quad 0 < \rho < 1 \quad (\text{A.3})$$

para todo  $x$  e  $y$  pertencentes a  $X$ .

**Definição 1.3.** *Uma matriz hermitiana  $\mathbf{A}$ , diz-se semidefinida (definida) positiva ou seja  $\mathbf{A} \succeq 0$  ( $\mathbf{A} \succ 0$ ), se uma das seguintes condições for válida:*

- $\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} \geq 0$  ( $> 0$ )  $\forall x \in \mathbb{R}^n$  ( $\forall x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ );
- Se os seus autovalores forem todos não negativos (positivos).

Portanto, um problema de otimização é dito convexo quando se dá na forma:

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && f_0(x) \\ &\text{s.t.} && f_i(x) \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

onde as funções  $f_0, \dots, m : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  são convexas e os parâmetros  $b_1, \dots, b_m \in \mathbb{R}$  são escalares.

## Apêndice B – Principais rotinas utilizadas

A seguir, estão descritas as principais rotinas implementadas para o desenvolvimento deste trabalho.

A primeira rotina trata da implementação do algoritmo que soluciona o problema convexo do detector SDR quando utilizam-se constelações QPSK. O algoritmo foi baseado em (JALDÉN, 2004). Este algoritmo soluciona o problema SDR com uma tolerância de  $10^{-7}$ , a matriz-solução é dada em  $\mathbf{X}$ .

- Script para solução do problema convexo em constelações QPSK

```
function X = sdpsolve(L)
    [m, cols] = size(L);
    b = ones(m,1);
    X = diag(b);
    Z = L;
    new_diag_Z = (sum(abs(Z),1) - transpose(diag(abs(Z)))) + 1);
    Z = Z - diag(diag(Z)) + diag(new_diag_Z);
    while(abs(trace(X*Z)/m) > 1E-7),
        mu = (trace(X*Z)/(2*m));
        Zi = inv(Z);
        Zi = (Zi + Zi')/2;
        dz = (Zi.*X) \ (mu*diag(Zi) - b);
        dX = (mu*Zi) - (X*diag(dz)*Zi) - X;
        dX = (dX + dX')/2;
        dZ = diag(dz);
        alfa_p = linesearch(X,dX);
        X = X + (alfa_p*dX);
        alfa_d = linesearch(Z,dZ);
        Z = Z + (alfa_d*dZ);
    end
end

function alpha = linesearch(X,delta_X)
    alpha = 1;
    [~,posdef] = chol( X + alpha * delta_X );
```

```

    it = 0;
    while posdef > 0,
        alpha = alpha * .9;
        [~,posdef] = chol( X + alpha * delta_X );
        it = it+1;
        if it > 10,
            posdef = 0;
        end
    end
    if alpha < 1,
        alpha = alpha * .9;
    end
end
end

```

- Cabeçalho do script principal para implementação do SDR e LR-SDR

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%      Implementação LR-SDR MIMO com:
% - Constelação M-QAM
% - Erros nas Estimativas de Canal
% Baseado no artigo: Semidefinite Relaxation for Detection of 16-QAM
%      Signaling in MIMO Channels
% Autores do artigo: Ami Wiesel, Student Member, IEEE, Yonina C. Eldar,
% Member, IEEE, and Shlomo Shamai (Shitz), Fellow, IEEE
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Outubro 2011
% by Alex M. Mussi
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

clc
clear all
warning off all;

Tx = 0; % Número de antenas transmissoras
Rx = 0; % Número de antenas receptoras
M = 0; % Ordem da constelação ( M=2 para BPSK )
nerros = 0; % Número de erros em cada ponto de SNR (MCS)
bf_factor = 0; % Fator da Seleção de Antenas no Transmissor
sa_factor = 0; % Fator da Seleção de Antenas no Receptor
M_rand = 0; % Número de iterações da Randomização
erro_mod_canal = 0; % Erros nas estimativas do módulo do canal, em %
erro_fase_canal = 0; % Erros nas estimativas do módulo do canal, em %
erro_canal_dist = 0; % Forma de Geração do Erro (1 - Unif., 2 - Gauss.)
erro_chan = erro_mod_canal + erro_fase_canal;
bf_num = bf_factor + 1;
sa_num = sa_factor + 1;
EbNo_dB = 0:0:0; % Variação desejada da SNR
EbNo = 10.^(EbNo_dB/10);
n_pontos = length(EbNo_dB);

```

- Pseudo-algoritmo para o algoritmo LLL (WÜBBEN et al., 2011):

---

**Algoritmo 7 LLL**


---

 $[\tilde{\mathbf{H}}, \mathbf{T}] = \text{LLL}(\mathbf{H}, \delta)$ 

1.  $\tilde{\mathbf{H}} \leftarrow \mathbf{H}$
  2.  $[n, m] = \text{size}(\tilde{\mathbf{H}})$
  3.  $[\tilde{\mathbf{Q}}, \tilde{\mathbf{R}}] = \text{qr}(\tilde{\mathbf{H}})$
  4.  $\ell \leftarrow 2$
  5. **enquanto**  $\ell \leq m$
  6.  $\tilde{\mathbf{h}}_\ell \leftarrow \tilde{\mathbf{h}}_\ell - \lceil \frac{\tilde{\mathbf{r}}_{\ell-1, \ell}}{\tilde{\mathbf{r}}_{\ell-1, \ell-1}} \rceil \tilde{\mathbf{h}}_{\ell-1}$
  7. **se**  $\delta |\tilde{\mathbf{r}}_{\ell-1, \ell-1}|^2 > |\tilde{\mathbf{r}}_{\ell, \ell}|^2 + |\tilde{\mathbf{r}}_{\ell-1, \ell}|^2$  **então**
  8.  $\tilde{\mathbf{h}}_{\ell-1} \leftrightarrow \tilde{\mathbf{h}}_\ell$
  9.  $\ell \leftarrow \max(\ell - 1, 2)$
  10. **senão**
  11. **para**  $k = \ell - 2$  até 1 **faça**
  12.  $\tilde{\mathbf{h}}_\ell \leftarrow \tilde{\mathbf{h}}_\ell - \lceil \frac{\tilde{\mathbf{r}}_{k, \ell}}{\tilde{\mathbf{r}}_{k, k}} \rceil \tilde{\mathbf{h}}_k$
  13. **fim para**
  14.  $\ell \leftarrow \ell + 1$
  15. **fim se**
  16. **fim enquanto**
-



## Referências

- AARTS, E.; LENSTRA, J. K. *Local Search in Combinatorial Optimization*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 2003.
- ABRÃO, T.; OLIVEIRA, L. D.; CIRIACO, F.; ANGÉLICO, B. A.; JESZENKY, P. J. E.; CASADEVALL, F. J. P. S/MIMO MC-CDMA heuristic multiuser detectors based on single-objective optimization. *Wireless Personal Communications*, v. 49, 2009.
- AHMAD, U.; LI, M.; POLLIN, S.; AMIN, A.; PERRE, L. V. der; LAUWEREINS, R. Hybrid lattice reduction algorithm and its implementation on an sdr baseband processor for lte. In: *19th European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2011)*. Barcelona, Spain: EURASIP, 2011. p. 1–6.
- ALAMOUTI, S. A simple transmit diversity technique for wireless communications. *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, v. 16, n. 8, p. 1451–1458, out. 1998.
- ANDERSON, E.; BAI, Z.; BISCHOF, C.; BLACKFORD, S.; DEMMEL, J.; DONGARRA, J. J.; CROZ, J. J. D.; GREENBAUM, A.; HAMMARLING, S.; MCKENNEY, A.; SORENSEN, D. *LAPACK Users' Guide*. Philadelphia, 1999. Disponível em: <<http://www.netlib.org/lapack/lug>>.
- BAI, L.; CHEN, C.; CHOI, J. Lattice reduction aided detection for underdetermined mimo systems: A pre-voting cancellation approach. In: *Vehicular Technology Conference (VTC 2010-Spring), 2010 IEEE 71st*. Taipei, Taiwan: Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2010. p. 1–5.
- BOYD, S.; VANDENBERGHE, L. *Convex optimization*. New York, USA: Cambridge University Press, 2004.
- CANDY, J. *Bayesian signal processing: classical, modern, and particle filtering methods*. USA: Wiley, 2009.
- CANDY, J. V. Bootstrap particle filter. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007.
- CIRIACO, F.; ABRÃO, T.; JESZENSKY, P. J. E. DS/CDMA multiuser detection with evolutionary algorithms. *Journal Of Universal Computer Science Online, USA*, v. 12, n. 4, p. 450–80, 2006.
- ERGÜN, C.; HACIOGLU., K. Multiuser detection using a genetic algorithm in cdma communications systems. *IEEE Transactions on Communications*, v. 48, n. 8, p. 1374–1382, October 2000.
- FOSCHINI, G. J.; GANS, M. J. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas. *Wireless Personal Communications*, v. 6, p. 311–335, 1998.

- GAN, Y. H.; LING, C.; MOW, W. H. Complex lattice reduction algorithm for low-complexity full-diversity mimo detection. *Signal Processing, IEEE Transactions*, v. 57, n. 7, p. 2701–2710, 2009.
- GESTNER, B.; ZHANG, W.; MA, X.; ANDERSON, D. Lattice reduction for mimo detection: From theoretical analysis to hardware realization. *Circuits and Systems I: Regular Papers, IEEE Transactions*, v. 58, n. 4, p. 813–826, 2011.
- HARA, S.; PRASAD, R. Overview of multicarrier cdma. *Communications Magazine, IEEE*, v. 35, n. 12, p. 126–133, 1997.
- HELMBERG, C.; RENDL, F.; VANDERBEI, R. J.; WOLKOWICZ, H. *An Interior-Point Method for Semidefinite Programming*. January 2005. Princeton University. Princeton, NJ, USA.
- JACOB, J. L.; MOSTAGI, Y. M.; ABRÃO, T. Guided local search in high performance detectors for mimo systems. In: . Lisboa, Portugal: COGNITIVE 2010, The Second International Conference on Advanced Cognitive Technologies and Applications, 2010. p. 36–43.
- JAFARKHANI, H. A quasi-orthogonal space-time block code. *Communications, IEEE Transactions on*, v. 49, n. 1, p. 1–4, jan. 2001.
- JALDÉN, J. *Maximum Likelihood Detection for the Linear MIMO Channel*. Stockholm, Sweden, set. 2004. Disponível em: <<https://eeweb01.ee.kth.se/upload/publications/reports/2004/IR-S3-SB-0443.pdf>>.
- JALDÉN, J.; OTTERSTEN, B. The diversity order of the semidefinite relaxation detector. *Information Theory, IEEE Transactions on*, v. 54, n. 4, p. 1406–1422, 2008.
- JALDÉN, J.; OTTERSTEN, B.; MA, W.-K. Reducing the average complexity of ml detection using semidefinite relaxation. In: *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2005. Proceedings. (ICASSP '05)*. Philadelphia, USA: IEEE International Conference, 2005. v. 3, p. iii/1021–iii/1024 Vol. 3.
- JERUCHIM, M.; BALABAN, P.; SHANMUGAN, K. *Simulation of communication systems: modeling, methodology, and techniques*. New York, USA: Kluwer Academic/Plenum Publishers, 2000.
- KIM, N.; PARK, H. Improved lattice reduction aided detections for mimo systems. In: *Vehicular Technology Conference, 2006. VTC-2006 Fall*. Montreal, Canada: IEEE 64th, 2006. p. 1–5.
- KISIALIOU, M.; LUO, Z.-Q. Performance analysis of quasi-maximum-likelihood detector based on semi-definite programming. In: *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2005. Proceedings. (ICASSP '05)*. Philadelphia, USA: IEEE International Conference, 2005. v. 3, p. iii/433–iii/436 Vol. 3.
- LENSTRA, A. K.; LENSTRA, H. W.; LOVÁSZ, L. *Factoring polynomials with rational coefficients*. Springer Berlin / Heidelberg, 1982. 515–534 p. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/BF01457454>>.

- LIANG, X.; ZHU, G.; CAO, X. Effects of imperfect channel state information on the performance of adaptive mimo-ofdm systems. In: *Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, 2006. WiCOM 2006*. Wuhan, China: International Conference, 2006. p. 1–4.
- LING, C.; MOW, W. H.; GAN, L. Dual-lattice ordering and partial lattice reduction for sic-based mimo detection. *Selected Topics in Signal Processing, IEEE Journal*, v. 3, n. 6, p. 975–985, 2009.
- LU, Z.; YAN, S. *Multiuser Detector Based on Particle Swarm Algorithm*. May 2004. IEEE 6th Symp. on Emerging Technologies: Mobile and Wireless Comm.
- LUO, Z. quan; MA, W. kin; SO, A.-C.; YE, Y.; ZHANG, S. Semidefinite relaxation of quadratic optimization problems. *Signal Processing Magazine, IEEE*, v. 27, n. 3, p. 20–34, maio 2010.
- LUZZI, L.; OTHMAN, G.; BELFIORE, J. Augmented lattice reduction for mimo decoding. *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, v. 9, n. 9, p. 2853–2859, 2010.
- MA, W.-K.; DAVIDSON, T.; WONG, K. M.; LUO, Z.-Q.; CHING, P.-C. Quasi-maximum-likelihood multiuser detection using semi-definite relaxation with application to synchronous cdma. *Signal Processing, IEEE Transactions*, v. 50, n. 4, p. 912–922, 2002.
- MA, W.-K.; SU, C.-C.; JALDEN, J.; CHANG, T.-H.; CHI, C.-Y. The equivalence of semidefinite relaxation mimo detectors for higher-order qam. *Selected Topics in Signal Processing, IEEE Journal*, v. 3, n. 6, p. 1038–1052, 2009.
- MA, X.; ZHANG, W. Performance analysis for mimo systems with lattice-reduction aided linear equalization. *Communications, IEEE Transactions*, v. 56, n. 2, p. 309–318, 2008.
- MAO, Z.; WANG, X.; WANG, X. Qam-mimo signal detection using semidefinite programming relaxation. In: *Global Telecommunications Conference, 2007. GLOBECOM '07*. Washington, DC, USA: [s.n.], 2007. p. 4232–4236.
- MERWE, R. van der; DOUCET, A.; FREITAS, N. D.; WAN, E. *The Unscented Particle Filter*. 2000.
- MESLEH, R.; HAAS, H.; AHN, C. W.; YUN, S. Spatial modulation - a new low complexity spectral efficiency enhancing technique. In: *Communications and Networking in China, 2006. ChinaCom '06*. Beijing: First International Conference, 2006. p. 1–5.
- MUSSI, A. M.; RIBEIRO, R. de O.; ABRÃO, T.; JESZENSKY, P. J. E. *Detector por Relaxação Semidefinida com Estimador de Coeficientes de Canal por Filtragem de Partículas*. 2011. XXIX Simpósio Brasileiro de Telecomunicações - SBrT.
- NIU, J.; LU, I.-T. A comparison of two lattice-reduction-based receivers for mimo systems. In: *Sarnoff Symposium, 2008*. Princeton, NJ: [s.n.], 2008. p. 1–6.

OLIVEIRA, L.; ABRAO, T.; JESZENSKY, P.; CASADEVALL, F. Particle swarm optimization assisted multiuser detector for m-qam ds/cdma systems. In: *Swarm Intelligence Symposium, 2008. SIS 2008*. St. Louis, MO: Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2008. p. 1–8.

OLIVEIRA, L.; ANGELICO, B.; JESZENSKY, P.; ABRAO, T.; CASADEVALL, F. Simplified local search multiuser detection for QPSK S/MIMO MC-CDMA systems. In: *Signal Processing and Communication Systems, 2008. ICSPCS 2008. 2nd International Conference*. Gold Coast, QLD: Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2008. p. 1–6.

OLIVEIRA, L. D.; CIRIACO, F.; JESZENSKY, P. J. E. Local search multiuser detection. *AEÜ. International Journal of Electronics and Communications*, v. 63, n. 8, p. 259–270, October 2009.

PROAKIS, J. G. Book. *Digital communications*. [S.l.]: McGraw-Hill, New York ;, 1983. xvi, 608 p. : p. ISBN 0070664900 0070509271.

RIBEIRO, R. de O.; MUSSI, A. M.; ABRÃO, T. *Bayesian Estimator by Particle Filter*. 2011. International Microwave and Optoelectronics Conference - IMOC.

SANAYEI, S.; NOSRATINIA, A. Antenna selection in mimo systems. *Communications Magazine, IEEE*, v. 42, n. 10, p. 68–73, 2004.

SEYSEN, M. *Simultaneous reduction of a lattice basis and its reciprocal basis*. Springer Berlin / Heidelberg, 1993. 363–376 p. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/BF01202355>>.

SHAO, Z.; CHEUNG, S.; YUK, T. Semi-definite relaxation decoder for 256-QAM MIMO system. *Electronics Letters*, v. 46, n. 11, p. 796–797, 2010.

SIDIROPOULOS, N.; LUO, Z.-Q. A semidefinite relaxation approach to mimo detection for high-order qam constellations. *Signal Processing Letters, IEEE Transactions on*, v. 13, n. 9, p. 525–528, 2006.

SO, A.-C. On the performance of semidefinite relaxation mimo detectors for qam constellations. In: *Acoustics, Speech and Signal Processing, 2009. ICASSP 2009*. Taipei, Taiwan: IEEE International Conference, 2009. p. 2449–2452.

SOBOL, I. M. *A Primer for the Monte Carlo Method*. Florida, United States: CRC Press, Inc., 1994.

STURM, J. F. *Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones*. Tilburg, Netherlands, October 2001. Disponível em: <<http://sedumi.ie.lehigh.edu/>>.

SUN, P.; YANG, X.; LI, D.; FANG, L. Near-maximum-likelihood detection in spatially correlated mimo systems using semi-definite relaxation with cutting planes. In: *Communications and Information Technologies (ISCIT), 2011 11th International Symposium*. [S.l.: s.n.], 2011. p. 412–416.

TAHERZADEH, M.; MOBASHER, A.; KHANDANI, A. Communication over mimo broadcast channels using lattice-basis reduction. *Information Theory, IEEE Transactions*, v. 53, n. 12, p. 4567–4582, 2007.

- TAHERZADEH, M.; MOBASHER, A.; KHANDANI, A. Lll reduction achieves the receive diversity in mimo decoding. *Information Theory, IEEE Transactions*, v. 53, n. 12, p. 4801–4805, 2007.
- TAN, P. H.; RASMUSSEN, L. The application of semidefinite programming for detection in cdma. *Selected Areas in Communications, IEEE Journal*, v. 19, n. 8, p. 1442–1449, 2001.
- TAROKH, V.; JAFARKHANI, H.; CALDERBANK, A. Space-time block codes from orthogonal designs. *Information Theory, IEEE Transactions on*, v. 45, n. 5, p. 1456–1467, jul. 1999.
- TELATAR, E. Capacity of multi-antenna gaussian channels. *Eur. Trans. Telecomm.*, Wiley Subscription Services, Inc., A Wiley Company, v. 10, n. 6, p. 585–595, 1999. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1002/ett.4460100604>>.
- THIAN, B. S.; GOLDSMITH, A. Decoding for mimo systems with imperfect channel state information. In: *GLOBECOM 2010, 2010 IEEE Global Telecommunications Conference*. Miami, Florida, USA: Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2010. p. 1–6.
- VERDÚ, S. Computational complexity of multiuser detection. *Algorithmica*, v. 4, p. 303–312, 1989.
- VERDÚ, S. Optimum multiuser asymptotic efficiency. *IEEE Transactions on Communications*, p. 890–897, 1986.
- VIEIRA, M. V. C. *Programação Semidefinida Positiva na Resolução de um Problema de Optimização Combinatória*. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2001. Disponível em: <<http://www.st.ewi.tudelft.nl/vieira/tese.pdf>>.
- WÜBBEN, D.; SEETHALER, D.; JALDÉN, J.; MATZ, G. Lattice reduction. *Signal Processing Magazine, IEEE*, v. 28, n. 3, p. 70–91, 2011.
- WIESEL, A.; ELDAR, Y.; SHITZ, S. Semidefinite relaxation for detection of 16-qam signaling in mimo channels. *Signal Processing Letters, IEEE*, v. 12, n. 9, p. 653–656, 2005.
- WINDPASSINGER, C.; LAMPE, L.; FISCHER, R.; HEHN, T. A performance study of mimo detectors. *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, v. 5, n. 8, p. 2004–2008, 2006.
- WOLNIANSKY, P.; FOSCHINI, G.; GOLDEN, G.; VALENZUELA, R. V-blast: an architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel. In: *Signals, Systems, and Electronics, 1998. ISSSE 98. 1998 URSI International Symposium on*. Pisa, Italy: Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 1998. p. 295–300.
- YAO, H.; WORNELL, G. Lattice-reduction-aided detectors for mimo communication systems. In: *Global Telecommunications Conference, 2002. GLOBECOM '02*. Taipei, Taiwan: Ins, 2002. v. 1, p. 424–428 vol.1.

---

ZHAO, H.; LONG, H.; WANG, W. Wlc06-6: Pso selection of surviving nodes in qrm detection for mimo systems. In: *Global Telecommunications Conference, 2006. GLOBECOM '06*. San Francisco, CA: Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2006. p. 1–5.