*ISBN 978-85-7846-455-4*

**INTERFACES ENTRE TÓPICOS DE ÁLGEBRA E EDUCAÇÃO**

Ana Márcia Fernandes Tucci de Carvalho

Universidade Estadual de Londrina

anatuccicarvalho@gmail.com;Eduardo Furihata

Universidade Estadual de Londrina, eduardofurihata@gmail.com

**Eixo 1**: Formação e Ação Docente

**Resumo**

Este trabalho, retrato de uma pesquisa em andamento, insere-se na área de Educação, tendo como subárea, a Educação Matemática. Realizamos o estudo sistemático e formal, como objeto matemático, de alguns aspectos de Álgebra, particularmente, tópicos de História da Álgebra, o estudo de números racionais e irracionais, transcendentes e algébricos. Como objeto didático-pedagógico, fazemos a elaboração e aplicação de atividades de ensino aprendizagem na aula de matemática, na Educação Básica. Utilizamos a metodologia qualitativa, em âmbito geral, para nortear a realização da pesquisa e, particularmente, utilizamos a metodologia da resolução de problemas para a aplicação das atividades de ensino-aprendizagem. O objetivo é o estabelecimento de conexões entre o conhecimento matemático avançado e a sala de aula de matemática do ensino fundamental e do ensino médio. Os resultados parciais obtidos foram o aprofundamento teórico no tema, a qualificação na formação inicial e continuada de professores. Nossa etapa atual consiste na elaboração das atividades que serão aplicadas na sala de aula.

**Palavras-chave**: Educação Matemática; Álgebra; Educação Básica.

**Introdução**

A idéia de número aparece de maneira natural já no início da infância, quando, mesmo sem uma escolarização formal, é comum indagarmos a uma criança: ‘quantos anos você tem?’ e pedirmos a ela para contar ‘nos dedinhos’. Faz-se assim um contato natural com o conjunto dos números naturais, ou inteiros positivos, utilizados desde o ensino infantil e nos primeiros anos de ensino fundamental. Estes números são conhecidos há tantos milênios que levou o famoso matemático Kronecker dizer em Berlim, em 1886: “Deus criou os números naturais, todo o resto é obra do homem” (STRUIK, 1987, p.257).

As necessidades básicas cotidianas levam à introdução de frações, como ½, 1/3, 5/4, etc., o que acontece ainda no primeiro ciclo do ensino fundamental (na 4a. série, geralmente). Logo no início do 2o segmento do Ensino Fundamental, os números negativos aparecem como conteúdo, originando a ampliação dos números naturais, para o conjunto de todos os inteiros, que em matemática, é denotado por . Apresentam-se as frações negativas, completando o conjunto dos números racionais, denotado por Q, assim chamados porque são ‘razões’ de números inteiros. Assim, os alunos iniciam os estudos aritméticos conhecendo vários números de natureza diferente, suas operações, relações e aprendem que Q[[1]](#footnote-1).

Normalmente, é no final do 2o. ciclo do Ensino Fundamental, já no nono ano (PARANÁ, 2010), que se dá o primeiro contato com os números irracionais. Em muitos livros didáticos, feito através da geometria, mostrando a relação entre perímetro e raio da circunferência, aparece o número irracional . Muitos livros didáticos cometem neste ponto o ‘pecado da circularidade’, dizendo que o conjunto dos irracionais I, é obtido da diferença entre o conjunto dos reais R e dos racionais Q e depois, a seguir, caracterizando os números reais R como sendo a união disjunta de I e Q.

Não se sabe exatamente quando a Escola de Pitágoras tomou conhecimento da existência de grandezas que não poderiam ser comparadas por meio de números inteiros. Portanto, remonta a Pitágoras, e sua escola, a descoberta de que um sistema de números constituído de números inteiros e razões entre os números não é suficiente para representar relações entre quantidades contínuas, tais como segmentos de reta, superfícies e volumes.

Desta forma, os conjuntos numéricos ampliam-se, e o corpo R, dos números reais, é introduzido. Obtemos, então, as inclusões matemáticas: QR. Os números reais então constituem um conjunto maior, formado por todos os números que podem ser escritos como frações de inteiros, os racionais, e todos os irracionais.

A utilização do sistema numérico, portanto, dá-se desde o início da escolarização e permeia grande parte do currículo de matemática, conhecida que é por ser “a ciência dos números”.

**Objetivos**

Esta pesquisa tem como objetivos o estabelecimento de conexões entre o conhecimento matemático aritmético/algébrico e a sala de aula de matemática do ensino fundamental e do ensino médio. Especificamente:

* Estudar tópicos da matemática avançado que explorem a temática de Álgebra;
* Fazer a articulação entre Universidade e Educação Básica;
* Elaborar atividades matemática para os níveis de ensino Fundamental e Médio, cujo objeto matemático baseia-se em conceitos da temática correlatos à Álgebra.

**Metodologia**

Em âmbito geral, a pesquisa realiza-se utilizando-se a perspectiva da pesquisa qualitativa. Para Chizzotti (2006), atualmente a abordagem qualitativa de pesquisa envolve as ciências humanas e sociais, sendo transdisciplinar, assumindo variados paradigmas de análise oriundos de diferentes correntes do pensamento filosófico e linhas teóricas tais como “o positivismo, a fenomenologia, a hermenêutica, o marxismo, da teoria crítica e do construtivismo” (CHIZZOTTI, 2006, p. 221).

Consequentemente, a pesquisa qualitativa assume como uma de suas premissas, o caráter construtível do conhecimento humano, sendo este passível de interpretação, sujeito às próprias práticas e concepções do sujeito pesquisador. Sendo influenciada por aquele que realiza a pesquisa, tal abordagem não é estática, torna-se passível de ressignificações. Como aponta Rey (2015)

(...) não existe nada que possa garantir, de forma imediata no processo de pesquisa, se nossas construções atuais são as mais adequadas para dar conta do problema que estamos estudando. A única tranquilidade que o pesquisador pode ter nesse sentido se refere ao fato de suas construções lhe permitirem novas construções e novas articulações entre elas capazes de aumentar a sensibilidade do modelo teórico em desenvolvimento para avançar na criação de novos momentos de inteligibilidade sobre o estudado, ou seja, para avançar na criação de novas zonas de sentido. (REY, 2015, p.7)

A pesquisa qualitativa engloba e considera os sujeitos envolvidos como intrínsecos a própria prática de investigação, delega aos pesquisadores responsabilidade em relação à sua pesquisa e tem como característica o dinamismo.

A aplicação das atividades no Ensino Fundamental e Médio, faz uso da metodologia da resolução de problemas (SCHOENFELD, 1997; ONUCHIC e ALLEVATO, 2004; CARVALHO, 2007). Desta forma, pretendemos possibilitar o aprendizado do conteúdo matemático abordado, de forma desafiadora, instigante, trazendo prazer na descoberta de soluções de problemas e prazer na aprendizagem de matemática. Apostamos na possibilidade do aprendizado permanente de conceitos matemáticos sem ‘sofrimento psíquico’, sem angústia.

**Referencial teórico**

A aprendizagem Matemática é um processo que inclui fatores como ambiente de sala de aula, sequência didática, demandas institucionais, motivação, ‘alegria’/prazer na descoberta de soluções para resolução de problemas, entre outros. Conceber assim esse processo é saber que a sala de aula é o lugar onde podem ocorrer modificações do aluno e do professor e que as posições ocupadas por estes interferem na aprendizagem (CARVALHO, 2004; CARVALHO, 2009).

Qualquer objeto matemático pode ser focado como relevante para o aprendizado dos alunos. Elegemos tópicos de Álgebra, particularmente, tópicos de História da Álgebra, tópicos correlatos ao ensino de Álgebra, o estudo de números racionais e irracionais, transcendentes e algébricos, corelacionados com Extensões de Corpos e Teoria de Galois pela grande quantidade de resultados significativos, tanto do ponto de vista matemático quanto didático-pedagógico que podem ser associados ao tema, pela possibilidade de despertar nos alunos o mesmo ‘gosto’ em estudar matemática que o nosso, através da apresentação destes objetos pela aplicação de atividades elaboradas pela metodologia de resolução de problemas e/ou pelas atividades de investigação matemática e pela constatação da grande dificuldade encontrada, mesmo depois de vários anos de estudo, na resolução de problemas envolvendo esta temática.

Para o estudo destes tópicos matemáticos relacionados à Álgebra escolhemos referências clássicas como Kaplansky (1966) e Golçalves (1979), entre outros; especificamente com relação aos números irracionais e transcendentes, optamos por Figueiredo (1985) e Niven (1984); para tópicos relacionados à História da Matemática, nossa preferência recaiu em Baron (1985); Roque e Carvalho (2012); Struik(1987) e Aaboe(1884).

**Considerações Finais**

O movimento de Educação Matemática trouxe ao ensino de matemática muitas descobertas, novos desafios e novas perspectivas sobre o que é o aprender matemática, como este aprender acontece e como as diversas pessoas envolvidas (professores, alunos, pais, diretores escolares, educadores, coordenadores pedagógicos) se relacionam e encaram novas possibilidades.

A Educação Matemática toma como ponto de partida o cuidado com o aluno, considerando sua realidade histórica cultural e possibilidades de vir-a-ser; cuidado com a Matemática, considerando-se sua história e modos de manifestar-se no cotidiano e na esfera científica; cuidado com o contexto escolar, lugar onde a educação escolar se realiza; cuidado com o contexto social, onde as relações entre pessoas e entre grupos, entre instituições são estabelecidas e onde a pessoa educada de um ponto de vista matemático e solicitada a situar-se, agindo como cidadão que participa das decisões e que trabalha participando das forças produtoras (BICUDO, 1999, p.7).

Concordando com Ponte (2002), assumimos uma compreensão de educação matemática que permite o estabelecimento de uma postura onde a matemática é um campo de saber em permanente desenvolvimento, influenciado pelas condições históricas e políticas nas quais se insere, lugar em que o aluno é visto como sujeito no processo de aprendizagem e o professor é considerado como sujeito do seu processo de desenvolvimento profissional.

Há uma distância enorme, medida em anos de escolarização, entre as séries finais do ensino fundamental e o primeiro ano universitário, mesmo para alunos que nunca ‘reprovaram’. O que acontece? Por que, embora as contas aritméticas elementares continuem impregnando os conteúdos matemáticos, as dificuldades nas somas, multiplicações, subtração e divisão de frações continuam presentes? É possível tornar o estudo de números racionais e irracionais mais significativo? Por que, embora o estudo de polinômios também ocorra antes do Ensino Médio, neste não é suficientemente apreendido pelo alunos? Pode a introdução de tópicos de História da Álgebra ser um fator facilitador para a compreensão de certos assuntos matemáticos?

Estas questões merecem atenção especial dos alunos em formação, futuros professores de matemática, como também de professores que já atuam na Educação Básica, quer em seus aspectos matemáticos mais profundos, quer em seus aspectos didático-pedagógicos.

A pesquisa se justifica duplamente: matematicamente, o assunto abordado é muito importante, pois engloba aspectos quer de natureza algébrica/aritmética quer de natureza formal e/ou histórica; sob a perspectiva educacional, a metodologia da resolução de problemas e a investigação matemática, que serão empregadas para a elaboração e aplicação das atividades, são consideradas relevantes para despertar o interesse, o gosto e o prazer em estudar matemática. Portanto, as práticas do futuro professor de matemática, como de professor já em exercício, são aprimoradas.

**Referências**

AABOE, A. Episódios da História Antiga da Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 1984.

BICUDO, M. A. V. Ensino de matemática e educação Matemática: algumas considerações sobre seus significados. **BOLEMA***,* ano 12, n.13, 1-11, 1999.

BARON, M. E. **Curso de História da matemática – origens e desenvolvimento do Cálculo.** Unidade 1 – 5. Brasília (DF): Editora Universidade de Brasília, 1985.

CARVALHO, A. M.F.T. Afetividade na aprendizagem de matemática:a questão da transferência. In: **Educação Matemática no Ensino Superior:Pesquisas e Debates.** Maria Clara Rezende Frota e Lilian Nasser (ORGs). Biblioteca do Educador Matemático (Coleção SBEM, v.5) 2009.

CARVALHO, A. M.F.T. Considerações sobre a prática da metodologia da resolução de problemas nas aulas de matemática. *In* II Seminário Nacional Interdisciplinar em Experiências Educativas – II SENIEE. Francisco Beltrão, 26-27 abril de 2007. In **Anais**..., 2007.

CARVALHO, Ana M.F.T. A Extimidade da Demonstração. **Tese.**  Doutorado em Educação Matemática, IGCE, UNESP, Rio Claro, 2004.

CHIZZOTTI, Antonio. A pesquisa qualitativa e seus fundamentos filosóficos. In: Chizzotti, A. **Pesquisa em ciências humanas e sociais**. Petrópolis-RJ: Vozes, 2006, p. 33-61.

FIGUEIREDO, D.G. **Números Irracionais e Transcendentes***.* Coleção Fundamentos da Matemática Elementar. IMPA. Rio da Janeiro: SMB,IMPA, 1985.

GONÇALVES, A. **Introdução à Álgebra.** Projeto Euclides. Rio de Janeiro: SBM, IMPA, 1979.

KAPLANSKY, I. **Introdução à Teoria de Galois.** Rio de Janeiro: IMPA, 1966.

NIVEN, I. **Números: racionais e irracionais***.* Coleção Fundamentos da Matemática Elementar. IMPA. Rio da Janeiro: SMB, 1984.

ONUCHIC, L. R. ; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-arendizagem de matemática através da resolução de problemas. In **Educação Matemática – pesquisa em movimento.** Maria A. V. Bicudo & Marcelo C. Borba (Org.). São Paulo (SP): Cortez, pp 213 – 231, 2004.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Departamento de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares de matemática para as séries finais do ensino fundamental e para o ensino médio.** Disponível em: <http://www.matematica.seed.pr.gov.br/> . Acesso em 19/03/2010.

PONTE, J. P. Educação matemática de hoje e de sempre: comentário ao livro ‘Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas’. **BOLEMA***,* ano 15, n. 17, p. 83 – 126, 2002.

REY, Fernando González.  **Pesquisa Qualitativa e Subjetividade.** Os processos de construção da informação. Tradução de Marcel Aristides Ferrada Silva. São Paulo: Cengage Learning, 2015.

ROQUE, T.; CARVALHO, J.B.P. **Tópicos de História da Matemática.**Rio de Janeiro, SBM, 2012.

SCHOENFELD, A. H. Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in Mathematics. In **Handbook of Research on Curriculum – a project of the American Education.** Paul Jackson (Ed.). Reston: National Council of Teachers of Mathematics, cap 15, pp. 334 – 370, 1997.

STRUIK, D. **História Concisa das Matemáticas.** Portugal, Gradiva: 1987.

1. Historicamente, a ‘descoberta’ dos números seguiu, de forma geral, o seguinte caminho: primeiro os naturais, as frações positivas; mais tarde, os hindus inventaram o zero e, no início dos tempos modernos, algebristas italianos inventaram os números negativos (STRUIK, 1987). [↑](#footnote-ref-1)